

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Петербургский государственный университет путей сообщения  
Императора Александра I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

**Калужский филиал ПГУПС**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

по МДК 02.02

Диагностическое и технологическое оборудование по техническому  
обслуживанию и ремонту подъемно – транспортных, строительных,  
дорожных машин и оборудования

Тема 2.2 Надежность машин и управление качеством

Специальность: 23.02.04 Техническая эксплуатация ремонта  
подъемно – транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования  
(по отраслям)

Выполнил(а):

И.В. Акулова

2017

## Практическое занятие № 1

### Определение количественных показателей надежности машин

Цель: изучить терминологию ГОСТ 27.002-89 «Надежность. Термины». Научиться определять расчетным путем численные значения количественных показателей надежности машин.

Оборудование: автоматизированное рабочее место: персональный компьютер, подключенный к сети Internet, принтер, сканер.

Нормативные документы: ГОСТ 27.002-89 «Надежность техники. Основные понятия. Термины и определения».

#### Краткие теоретические сведения

Для количественной оценки показателей надежности железнодорожно-строительных машин обычно используют систему показателей. В соответствии с ГОСТ 27.002-89 показатели надежности подразделяют на единичные, комплексные, расчетные, экспериментальные, экстраполируемые, а также индивидуальные и групповые.

*Единичный показатель* надежности характеризует одно из свойств (например, долговечность или безотказность), составляющих надежность объекта. *Комплексный* показатель надежности характеризует одновременно несколько свойств (два и более). Безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость строительных, дорожных и подъемно-транспортных машин оценивают в отдельности единичными, а в совокупности – комплексными показателями надежности. Например, для такого объекта, как электролампа, важен показатель «долговечность» (единичный показатель) и абсолютно не представляет интереса показатель «ремонтпригодность». Поэтому надежность электролампы как объекта оценивают только единичным показателем надежности – долговечностью[2].

*Расчетный показатель* надежности – показатель, значения которого определяют расчетным путем. *Экспериментальный* показатель надежности – показатель, точечную или интервальную оценку которого определяют по данным эксплуатации. *Экстраполированный* показатель надежности – показатель, точечную или интервальную оценку которого определяют на основании расчетов, испытаний и (или) эксплуатационных данных путем экстраполирования на другие продолжительность и условия эксплуатации.

*Индивидуальный и групповой* показатели надежности служат для оценки надежности, соответственно, каждого изделия или совокупности изделий данного типа (марки, вида, модели). [12]

*Количественный показатель надежности* - это количественная мера одного или нескольких свойств, составляющих надежность технического объекта (безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости). Численное значение показателей надежности может быть выражено размерными или безразмерными величинами, оно может быть различным в зависимости от условий эксплуатации и этапов существования объекта.

Формулировка показателя надежности обычно отражает и способ определения его численного значения расчетным или опытным путем.

Основными случайными величинами, с помощью которых в процессе эксплуатации железнодорожно-строительных машин определяется уровень надежности, являются длительность работы между отказами  $t$ , число отказов  $n$  за определенный период работы, длительность восстановления работоспособности  $\tau$  (тау), величина затрат труда, средств, материалов, энергии на восстановление работоспособности и др. Кроме указанных, при определении показателей надежности широко используется понятие «наработки», под которым понимается объем выполненной техническим объектом полезной работы, как правило, пропорционально времени работы [13].

Наработка измеряется в зависимости от рода работы, от вида выполняемой объектом функции в единицах не только времени, но и длины, объема, массы площади, числа включений-выключений, числа срабатываний, размера выработанной (или потребленной) энергии и т. п. Общее понятие наработки применительно к подъемно-транспортным, строительным и дорожным машинам может быть конкретизировано (часы работы  $t$ , отработанные километры  $l$ , объемы выполненных работ  $Q(t)$  и др.). В зависимости от условий эксплуатации и целей анализа различаются суточная, месячная наработки, наработка до первого отказа, наработка между отказами и т. д. Если работа осуществляется с перерывами, то учитывается суммарная наработка. Отдельно может учитываться наработка в том или ином режиме (наработка на холостом ходу, наработка под нагрузкой).

*Безотказность* – это свойство железнодорожно-строительной машины (узла, детали) *непрерывно сохранять работоспособность* в течение некоторого времени или некоторой наработки в конкретных условиях эксплуатации как в период ее использования по назначению, так и в периоды хранения, транспортирования.

**Количественные показатели безотказности.** Наиболее полную информацию о безотказности технического объекта, его узлов и деталей содержит закон распределения длительности (наработки) их до отказа в дифференциальной  $f(t)$  или интегральной  $F(t)$  формах. Эта характеристика содержит в себе все возможные значения наработки или длительности работ и соответствующие им точечные значения следующих количественных показателей безотказности.

Вероятность безотказной работы за определенное количество отработанных километров  $l$  (время  $t$ ) [2]

$$F(t) = P\{T > t\} = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt, \quad (1.1)$$

где  $F(t)$  – функция распределения наработки до отказа  $T$ ;

$f(t)$  - плотность распределения наработки до отказа  $T$ .

Таким образом,  $P(t)$  - это вероятность того, что наработка до отказа  $T$  больше заданного или что за пробег (наработку)  $t$  отказа не будет. Очевидно, что эта вероятность должна уменьшиться с ростом  $t$ , что следует из (1.1).

Вначале эксплуатации исправной железнодорожно-строительной машины  $P(0) = P\{T > 0\} = 1$ , как вероятность «достоверного» события – объект не может отказать при отрицательной длительности работы, т. е. откажет при некотором положительном значении  $T$ . С ростом наработки  $t$  вероятность  $P(t)$  будет уменьшаться на основании свойств функции распределения:  $F(t_2) > F(t_1)$ , если  $t_2 > t_1$ . На этом же основании  $P(t \rightarrow \infty)$ , т. е. вероятность бесконечно большой величины длительности безотказной работы равна нулю. Характер изменения вероятности безотказной работы в функции наработки показан на рис. 1.1.

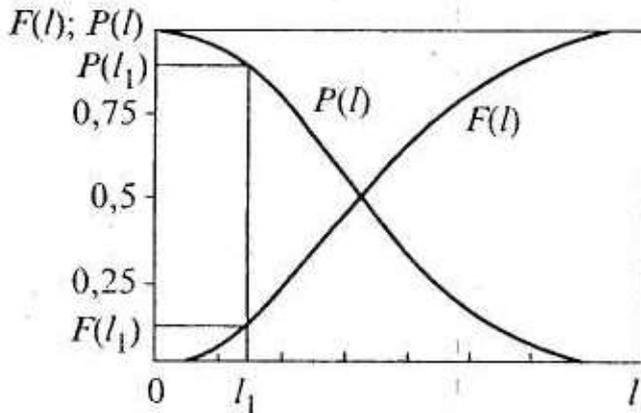


Рис.1.1. Графики изменения вероятности безотказной работы  $P(t)$  и вероятности отказа  $F(t)$  в зависимости от наработки

Вероятность отказа за наработку (пробег)  $t$  :

$$Q(t) = F(t) = P\{T \geq t\} = \int_0^t f(t)dt = 1 - P(t), \quad (1.2)$$

т. е. вероятность отказа как события, противоположного отсутствию отказа за наработку, равна разности между единицей и, она совпадает с функцией распределения  $F(t)$ . Отказ и отсутствие отказа образуют полную группу событий, какой-либо третий вариант исхода отсутствует. Из формулы (1.2) следует, что вероятность отказа совпадает с функцией распределения длительности работы до отказа. При  $t=0$   $F(0) = 0$  увеличивается с ростом  $t$  и при  $t \rightarrow \infty$   $F(\infty) = 1$  (см. рис. 1.1).

Частота отказов является показателем, характеризующим скорость изменения вероятности отказов и вероятности безотказной работы:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -P'(t) \quad (1.3)$$

Частота отказов, как показатель безотказности, совпадает с плотностью распределения длительности работы до отказа. Наибольшие значения  $f(t)$  соответствуют интервалу наиболее вероятных значений длительности работы до отказа. График функции  $f(t)$  показан на рис. 1.2.

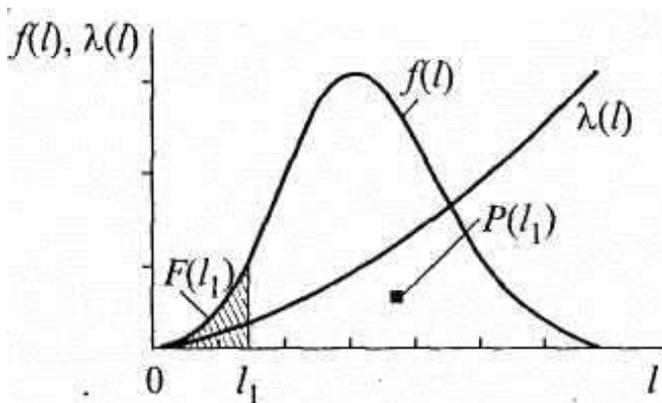


Рис. 1.2. Плотность распределения вероятности отказов  $f(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda(t)$  в зависимости от наработки.  $F(t_1)$  – вероятность отказа и вероятность безотказной работы при наработке  $t_1$ .

Характерным является то, что для всех законов распределения длительности работы до отказа элементов, подверженных «старению», график плотности распределения имеет нарастающую ветвь и после максимума – ниспадающую ветвь. Это объясняется тем, что в этом диапазоне  $t$  число (частота) отказов уменьшается вследствие уменьшения элементов, доработавших до этого «возраста». Наличие ниспадающей ветви графика  $f(t)$  нельзя понимать как уменьшение «склонности» элементов к отказам в этом диапазоне. Более четко изменение «склонности» к отказам элементов характеризует *показатель интенсивности отказов*  $\lambda(t)$ .

*Интенсивность отказов* представляет собой условную плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемую для рассматриваемого момента времени (наработки) при условии, что до этого момента отказ не возник, т. е.:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{1-F(t)} \quad (1.4)$$

График изменения  $\lambda(t)$  показан на рис. 1.2. Как правило, интенсивность отказов  $\lambda(t)$  является неубывающей функцией времени (наработки). Интенсивность отказов обычно применяется для оценки «склонности» к отказам в различные моменты работы неремонтируемых объектов – до первого отказа.

Для железнодорожно-строительных машин (ПСМ) и их ремонтируемых сборочных единиц и деталей подобной характеристикой безотказности является *параметр потока отказов*  $\omega(t)$ , т.е. плотность вероятности восстановления отказа ремонтируемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени [3].

Модель эксплуатации совокупности ремонтируемых объектов можно описать следующим образом. После некоторой наработки у каждого из объектов может произойти отказ. После восстановления работоспособности объект продолжит свою работу. Моменты отказов совокупности однотипных объектов в таких условиях создают некоторый поток отказов. Чаще всего этот поток является одинарным, без последствия. В таком потоке исчезающе мала вероятность появления одновременно более одного отказа, а

вероятность появления отказа объекта не зависит от прежних отказов. В качестве количественного показателя потока отказов используют *математическое ожидание числа отказов объектов за наработку  $t$* :

$$M[r(t)] = \int_0^{l_{\text{сум}}} \omega(x) dt, \quad (1.5)$$

где  $\omega(x)$  – параметр потока отказов, характеризующий интенсивность этого потока.

При отнесении  $M[r(t)]$  к суммарной наработке, за которую произошли эти отказы, получается *среднее значение параметра потока отказов*:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{t_{\text{сум}}} M[n(t)], \quad (1.6)$$

который количественно оценивает среднюю интенсивность отказов ремонтируемых объектов. По физическому смыслу аналогичен применяемому в путевом хозяйстве удельному количеству порч, неисправностей, unplanned ремонтов за определенное количество обработанных километров или часов.

Рассмотренные вероятностные определения основных количественных показателей безотказности на основе известных законов распределения длительности работы до отказа в дифференциальной  $f(t)$  или интегральной  $F(t)$  форме. Эти показатели можно определить и по статистическим данным.

*Например:* в начальный момент  $t=0$  введены в эксплуатацию  $N_0$  однотипных объектов (деталей, узлов, машин). Через некоторое время (при наработке  $t$ ) число отказавших объектов будет  $n(t)$  и будет увеличиваться по мере роста наработки. Тогда для каждого значения наработки  $t$  число работоспособных (неотказавших) объектов будет равно  $N_0 - n(t)$ . Статистическая вероятность безотказной работы будет определяться отношением числа объектов, оставшихся работоспособными, т. е. тех, у которых длительность работы до отказа больше  $t$ , к первоначальному числу  $N_0$ , т. е.:

$$\bar{P}(t) = P\{T > t\} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = 1 - \frac{n(t)}{N_0} \quad (1.7)$$

Определив  $P(t)$  для различных значений  $t$ , можно построить график зависимости  $P(t)$  от  $t$ , которую иногда называют «кривой убыли».

Вероятность отказов определяется как отношение числа отказавших за наработку  $t$  объектов  $n(t)$  к числу введенных в эксплуатацию, т. е. как накопленную частоту отказов:

$$\bar{F}(t) = P\{T \leq t\} = \frac{n(t)}{N_0} \quad (1.8)$$

Среднюю частоту отказов за интервал наработки от  $t$  до  $(t + \Delta t)$  получим по формуле:

$$\bar{f}(t, \Delta t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N_0 \Delta t} = \frac{\Delta n(t, \Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (1.9)$$

где  $n(t + \Delta t)$  - число отказавших объектов за наработку  $(t + \Delta t)$ ;  $\Delta n(t, \Delta t)$  – приращение числа отказавших объектов за интервал наработки от  $t$  до  $(t + \Delta t)$ ;  $\Delta t$  – величина рассматриваемого интервала наработки.

Интенсивность отказов в интервале от  $t$  до  $(t + \Delta t)$  определяется:

$$\bar{\lambda}(t, \Delta t) = \frac{f(t, \Delta t)}{\bar{P}(t)} = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{[N - n(t)] \Delta t} = \frac{\Delta n(t, \Delta t)}{N(t) \Delta t}, \quad (1.10)$$

где  $N(t)=N_0-n(t)$  – число объектов, оставшихся работоспособными (не отказавшими) к началу интервала  $\Delta t$ .

В описанной выше схеме можно зафиксировать значение наработки до отказа каждого из  $N_0$  объектов, т. е.  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_{N_0}$ . При наличии таких статистических данных можно определить среднюю величину наработки до отказа:

$$\overline{T}_{\text{ср}} = \frac{t_1+t_2+\dots+t_i+\dots+t_{N_0}}{N_0} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i, \quad (1.11)$$

и среднее значение параметра потока отказов:

$$\overline{\omega}_{\text{ср}} = \frac{1}{\overline{T}_{\text{ср}}} \quad (1.12)$$

**Количественные показатели долговечности.** Долговечность как свойство объекта длительно сохранять работоспособность до отказа или предельного состояния может быть количественно оценена несколькими показателями, среди которых в первую очередь следует назвать *среднее значение длительности работы (наработки)  $l$*  объекта до отказа. Если известен закон распределения  $t$ , то можно определить математическое ожидание, которое имеет физический смысл среднего значения, т. е.:

$$M[T] = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt = T_{\text{ср}} \quad (1.13)$$

На основании статистических данных средняя длительность работы до отказа определяется по формуле (1.11). Этот показатель применяется преимущественно для неремонтируемых изделий и простых элементов сложных систем. Для оценки долговечности сложных систем, состоящих из большого числа элементов (и поэтому ремонтируемых путем замены отказавших элементов), средняя наработка до отказа является недостаточно информативным показателем [2].

Для ремонтируемых технических объектов в качестве показателя долговечности чаще применяется средняя наработка на отказ, которая является отношением суммарной наработки  $T_{\text{сум}}$  однотипных ремонтируемых объектов к количеству их отказов  $n_{\text{отк}}$  в течение этой наработки:

$$T_{\text{ср}} = \frac{T_{\text{сум}}}{n_{\text{отк}}} = \frac{1}{\omega_{\text{ср}}}, \quad (1.14)$$

где  $\omega_{\text{ср}}$  – среднее значение параметра потока отказов, определяемое по формуле (1.6).

Важным показателем долговечности деталей и сборочных единиц ПСМ является наработка  $T_{pi}$  между техническими обслуживаниями и ремонтами, во время которых они подвергаются ремонту, регулировке, контролю технического состояния. При этом следует различать нормативные значения  $T_{pi}$  устанавливаемые ОАО «РЖД», и фактические значения  $\overline{T_{pi}}$ , определяемые по статистическим данным путевых машинных станций и железных дорог в конкретных условиях эксплуатации. Набор  $T_{pi}$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ) межремонтных наработок определяется структурой принятого ремонтного цикла, включающего  $k$  видов технических обслуживаний, текущих, средних и капитальных ремонтов.

Гарантийный срок службы ПСМ после ввода в эксплуатации или после капитального ремонта  $T_{\text{гар}}$  – это срок службы, в течение которого

машиностроительный или ремонтный заводы гарантируют исправность ПСМ и несут материальную ответственность за возникшие неисправности при соблюдении технических условий эксплуатации.

Для характеристики долговечности неремонтируемых объектов (деталей, сборочных единиц) используют показатель «гамма -процентная наработка»  $\gamma$ . Если  $\gamma$  - обусловленный процент объектов, то  $T_\gamma$  - гамма – процентная наработка, в течение которой не откажут (или не достигнут предельного состояния)  $\gamma$  процентов объектов данного типа.

Срок службы (ресурс) до списания  $T_{сл}$  – это календарная продолжительность эксплуатации машины (или сборочных единиц) до разрушения или другого предельного состояния, после которого восстановление работоспособности, исправности и дальнейшая эксплуатация невозможны или экономически нецелесообразны.

**Количественные показатели ремонтпригодности.** В случае отказа ремонтируемых объектов (железнодорожно-строительных машин, сборочных единиц, деталей) они восстанавливаются, на что затрачивается некоторое время  $\tau$  простоя в ремонте. Величина этого времени зависит от многих факторов, имеющих стохастическую природу, поэтому время  $\tau$  проявляется в реальных условиях ремонтного производства как случайная величина, распределенная по некоторому закону с плотностью вероятностей  $f(\tau)$ .

Для количественной оценки ремонтпригодности объектов определяют вероятность завершения ремонта в заданное время и среднее значение времени восстановления работоспособности. Вероятность завершения ремонта определяется как вероятность того, что время  $\tau$  будет не более заданного  $\tau_p$ , т.е.

$$P_{\text{рем}} = P\{\tau \leq \tau_p\} = \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau = F(\tau_p), \quad (1.15)$$

Среднее время простоя в ремонте определяется как математическое ожидание случайной величины времени восстановления работоспособности:

$$\tau_{\text{ср}} = M[\tau] = \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau, \quad (1.16)$$

Среднее время определяется по статистическим данным о фактическом времени восстановления однотипных объектов:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{1}{n}(\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i + \dots + \tau_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i, \quad (1.17)$$

где  $\tau_i$  – фактическое время ремонта  $i$ -го объекта.

В понятие «время простоя в ремонте» по восстановлению работоспособности включает время, затрачиваемое на обнаружение, поиск причины отказа и устранение его последствий. Именно в этом смысле ремонтпригодность понимается как приспособленность объекта к предупреждению, обнаружению и устранению отказов.

**Количественные показатели сохраняемости** включают два показателя, аналогичных показателям безотказности, но в приложении к длительности хранения, а не функционирования. Это вероятность исправного (и, естественно, работоспособного) состояния за срок хранения:

$$S(t) = P\{T > t_x\} = 1 - \int_0^{t_x} f_x(t) dt, \quad (1.18)$$

где  $f_x(t)$  – плотность распределения длительности сохранения техническим объектом рабочих свойств в условиях хранения.

Параметры закона распределения  $f_x(t)$  определяются процессами старения материалов деталей технического объекта в конкретных условиях хранения.

Вторым показателем сохраняемости является среднее время исправного состояния при хранении, которое можно определить как математическое ожидание:

$$T_{xp} = M[t_{xp}] = \int_0^{\infty} t f_x(t) dt, \quad (1.19)$$

или среднее арифметическое  $n$  реализаций:

$$\overline{T_{xp}} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_i + \dots + t_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \quad (1.20)$$

где  $t_i$  – длительности исправного хранения  $i$ -го объекта.

**Комплексные показатели надежности.** Поскольку надежность является комплексным свойством, для ее оценки применяют комплексные показатели, зависящие одновременно от безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости.

Коэффициент готовности  $K_r$  является показателем, величина которого зависит от частоты отказов и длительности восстановления работоспособности. Он определяется как доля суммарного времени нахождения некоторой совокупности ПСМ (например, путевой машинной станции) в работоспособном состоянии за некоторый календарный период (год, месяц) по отношению к сумме этого времени и общего времени восстановления после отказов, произошедших в анализируемом периоде:

$$K_r = \frac{T_3}{T_3 + T_p}, \quad (1.21)$$

где  $T_3$  – суммарное время эксплуатации парка железнодорожно-строительных машин в работоспособном состоянии за анализируемый период;  $T_p$  – суммарное время простоя железнодорожно-строительных машин в ремонте за этот же период.

В общее время восстановления входят следующие элементы: время простоя железнодорожно-строительной машины на железнодорожном перегоне из-за отказов; время транспортирования до базы приписки или пункта, где производится ремонт.

Коэффициент простоя:

$$K_{п} = \frac{T_p}{T_3 + T_p}, \quad (1.22)$$

Как следует из формулы (1.22), коэффициент простоя выражает долю суммарного времени нахождения железнодорожно-строительных машин в неработоспособном состоянии. По своему физическому смыслу  $K_{п}$  аналогичен традиционному показателю «процент больных» железнодорожно-строительных машин в парке.

Характерной особенностью железнодорожно-строительных машин является то, что из-за неравномерности загрузки часть работоспособных железнодорожно-строительных машин изымается из эксплуатации на некоторое время (например, железнодорожно-строительные машины,

работающие непосредственно либо в весенне-летний, либо в осенне-зимний период года). Таким образом, часть годового фонда времени машинного парка  $T_r$  составляет суммарное время простоя железнодорожно-строительных машин в резерве  $T_{рез}$ :

$$T_r = T_э + T_p + T_{рез}, \quad (1.23)$$

С учетом указанной особенности определяется коэффициент технического использования железнодорожно-строительных машин:

$$K_{ти} = \frac{T_э}{T_э + T_p + T_{рез}} = \frac{T_э}{T_r}, \quad (1.24)$$

Коэффициент затрат на техническое обслуживание и ремонт:

$$K_{тр} = \frac{E_{тр.год}}{Ц} \quad (1.25)$$

отражает отношение годовых суммарных затрат на техническое обслуживание и ремонт (в расчете на одну железнодорожно-строительную машину) к первоначальной цене (себестоимости изготовления) железнодорожно-строительной машины.

Для характеристики затрат на восстановление работоспособности, отнесенных к единице объема выполненных железнодорожно-строительной машиной работ (моточасов, километров, метров кубических), можно использовать ремонтоемкость:

$$R = \frac{E_{тр.год}}{\sum QL}, \quad (1.26)$$

где  $\sum QT$  – объем работ (моточасов, километров, метров кубических), выполненных парком железнодорожно-строительных машин за год в расчете на одну единицу техники.

Приведенные выше комплексные показатели надежности определяются: по плановым (проектным) и фактическим данным, полученным в результате эксплуатации железнодорожно-строительных машин; по машине в целом и отдельным его узлам, агрегатам; в функции времени эксплуатации, выполненных работ (км, м<sup>3</sup>) или отработанных часов работы (моточасы).

### **Порядок выполнения**

1. Расчетным путем определить основные показатели надежности.
2. Данные расчетов свести в таблицу.
3. Составить отчет по выполненному занятию и сделать выводы.

### **Содержание отчета**

1. Расчетным путем определить основные показатели надежности:
  - 1.1. Показатели безотказности  $\omega(t)$ ;  $P(t)$ ;  $Q(t)$ ;  $T$ ;  $\lambda$ .
  - 1.2. Показатели ремонтпригодности  $T_b$ ,  $\mu$ ,  $P_b(t)$  для трех промежутков времени.
  - 1.3. Показатели сохраняемости.
    - 1.3.1. Показатели сохраняемости невосстаавливаемых объектов.
    - 1.3.2. Показатели сохраняемости восстанавливаемых объектов.
  - 1.4. Показатели долговечности.

- 1.5. Комплексные показатели надежности.
2. На основании расчетов заполнить таблицу 1.1.

Таблица 1.1.

№ п/п	$t, ч$	$\omega(t) \cdot 10^{-3},$	$f(t) \cdot 10^{-3},$	$Q(t)$	$P(t)$	$\lambda(r) \cdot 10^{-3}$

### Контрольные вопросы

1. Поясните основные понятия и определения надежности железнодорожно-стрельных машин.
2. Перечислите основные показатели безотказности железнодорожно-стрельных машин.
3. Показатели ремонтпригодности железнодорожно-стрельных машин.
4. Показатели сохраняемости и долговечности железнодорожно-стрельных машин.
5. Перечислите комплексные показатели надежности железнодорожно-стрельных машин.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2 ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ ПЛАНОВ ИСПЫТАНИЙ.

### Цель работы

Ознакомиться с видами и методами испытания на надежность. Произвести оценку показателей надежности, учитывая различные планы испытаний.

### Краткие теоретические сведения.

Основная цель испытаний на надежность – определить уровень надежности изделия и произвести оценку его числовых показателей. Зная уровень надежности изделия и его зависимости от основных факторов позволяет решить широкий круг вопросов, таких как подтверждение установленных характеристик надежности, выявление слабых мест изделия и разработка мероприятий по повышению его надежности, применению

рациональной системы технических обслуживаний и ремонта машины, определение эффективности и экономической целесообразности дальнейшей эксплуатации машины, а также произвести проверку расчетов и прогнозов, выполняемых при проектировании изделия, и оценить качество технологического процесса его изготовления.

Информация о надежности может быть получена не только в результате испытаний, но и из сферы эксплуатации путем сбора и классификации соответствующих данных. Специально проводимые испытания на надежность могут быть *исследовательскими*, проводимыми для изучения факторов, влияющих на надежность, и *контрольными*, целью которых является оценка уровня надежности данного изделия. В зависимости от места проведения испытания могут быть стендовыми, полигонными и эксплуатационными.

*Стендовые испытания* обеспечивают постоянное наблюдение за процессом потери работоспособности машиной, узлом или сопряжением и дают возможность получать необходимые сведения о надежности и долговечности объекта испытаний. На стендах испытываются как отдельные узлы и механизмы машины, так и машина в целом. Режимы и условия испытаний в наибольшей степени должны соответствовать эксплуатационным. Стендовые испытания продолжаются до тех пор, пока не возникнет отказ или пока изделие не проработало заданного срока без отказа. *Эксплуатационные и полигонные испытания* опытных и серийных образцов машин широко применяются для получения данных о надежности и долговечности изделий. При этом создают наиболее тяжелые условия эксплуатации, чтобы проверить работоспособность всех узлов и механизмов. *Эксплуатационные* испытания позволяют выявить недолговечные элементы машины, правильность взаимодействия узлов и механизмов и их работоспособность в различных условиях функционирования. Недостатком таких испытаний является не всегда достижимая длительность испытания, соответствующая реальным условиям эксплуатации, а также результат испытания, характеризующий параметры надежности выбранного объекта (индивидуальная надежность), не дает представления о дисперсии сроков службы и даже об их средних значениях для данной модели машины.

Поэтому большое значение имеют *ускоренные испытания*, при которых необходимый объем информации о надежности получается в более короткий срок, чем при нормальных условиях эксплуатации. При проведении испытаний на надежность в ряде случаев их следует подразделять на испытания на безотказность, ремонтпригодность, сохраняемость и долговечность.

*Испытания изделий на безотказность* сводятся к контролю вероятности безотказной работы за заданное время или к определению наработки на отказ (средней наработки до первого отказа).

*Испытания на ремонтпригодность* проводятся для определения среднего времени восстановления или вероятности восстановления работоспособности изделия за заданное время.

*Испытания на долговечность* предназначаются для контроля среднего или гамма-процентного ресурса.

*Испытания на сохраняемость* предусматриваются для контроля вероятности сохранения работоспособного состояния изделия в течение заданного срока.

Для получения качественной исходной информации требуется большая продолжительность наблюдений или большой объем выборки.

Число  $N$  испытываемых объектов (объем выборки) рассчитывается исходя из требований обеспечения необходимой точности и достоверности определения числовых характеристик закона распределения наработки на (до) отказ(а) [4].

Расчет ведется по формуле:

$$N = \left( \frac{t_{\beta V}}{\delta} \right)^2, \quad (2.1)$$

где  $\delta$  - заданная точность в виде относительной погрешности определения показателя. Например,  $\delta = 0,05$ , что означает, что погрешность определения показателя не должна превышать 5%;

$t_{\beta}$  - коэффициент, значение которого определяется уровнем доверительной вероятности  $\beta$ .

Доверительная вероятность  $\beta$  характеризует степень достоверной вероятности полученных результатов испытаний. Например, при  $\beta = 0,95$  можно быть уверенным, что при проведении 100 испытаний в 95 из них погрешность определения числовых характеристик не превысит заданного уровня  $\delta$ .

Значения коэффициента  $t_{\beta}$  определяются в зависимости от принятого уровня доверительной вероятности  $\beta$ . Например, при  $\beta = 0,95$  коэффициент  $t_{\beta} = 1,96$ ;  $\beta = 0,9$  соответствует  $t_{\beta} = 1,643$ ;  $\beta = 0,8$  —  $t_{\beta} = 1,282$ . Обычно при испытаниях на надежность задаются уровнем доверительной вероятности  $\beta = 0,9$  или  $\beta = 0,95$ , что обеспечивает высокую достоверность полученных результатов.

$V$  – коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{m}$$

где  $m$  – среднее значение, а  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение анализируемой случайной величины.

Когда испытываются объекты, о надежности которых ничего не известно, то сначала испытывают небольшую партию этих объектов, рассчитывают для нее оценки числовых характеристик  $m^*$  и  $\sigma^*$  исследуемого показателя (наработки на (до) отказ(а), времени восстановления, работоспособного состояния, ресурса и т.п.), рассчитывают коэффициент вариации  $V$ , а затем по формуле (2.1) определяют необходимый объем выборки  $N$ .

Например, для экспоненциального закона распределения  $m = \sigma$  и коэффициент вариации  $V = 1$ . Выберем уровень доверительной вероятности  $\beta = 0,95$ , при котором  $t_\beta = 1,96$ . Зададимся значением допустимой погрешности  $\delta = 0,1$ . Тогда

$$N = \left( \frac{1,96 \cdot 1}{0,1} \right)^2 \cong 384$$

Для получения результатов с уровнем достоверности 95% и погрешностью не более 10% необходимо испытать около 400 однотипных объектов.

Следует отметить, что у экспоненциального закона распределения один из самых больших коэффициентов вариации, например у нормального закона распределения  $V < 1$ . Допустим,  $V = 0,5$ , тогда

$$N = \left( \frac{1,96 \cdot 0,5}{0,1} \right)^2 \cong 96$$

т.е. для получения результатов с тоже точностью и достоверностью необходимый объем выборки не превышает 100 экземпляров испытываемых объектов.

Расчет оценок показателей надежности во многом определяется видами плана наблюдений (испытаний).

В зависимости от конкретных условий и поставленных задач применяют следующие планы:

$$[N, U, N], [N, U, T], [N, U, r], [N, R, T], [N, R, r],$$

где  $N$  – количество изделий (объектов), поставленных под наблюдение в контрольной партии;  $U$  – обозначение планов, в которых отказавшие объекты не заменяются новыми;  $T$  – установленная наработка или продолжительность наблюдений;  $R$  – обозначение планов, в которых отказавшие объекты заменяются новыми или отремонтированными;  $r$  – число отказов или предельных состояний объектов, до возникновения которых ведутся наблюдения.

Для железнодорожных машин наработка до отказа может оцениваться в часах (например, моторесурс дизеля) либо выполненного объема работ

(километры отремонтированного пути, м<sup>3</sup> очищенного или вырезанного щебня).

Рассмотрим каждый из планов наблюдений за надежностью машин применительно к условиям эксплуатации.

План наблюдений  $[N, U, N]$  или полный план, означает, что под наблюдения взята контрольная партия из  $N$  машин или их сборочных единиц и испытания проводятся до отказа всех объектов, отказавшие изделия не заменяются новыми. Таким образом, при полном плане определяют наработки до отказа неремонтируемых изделий. Если объекты ремонтируемые, то при таком плане выявляют наработки только до первого отказа, затем их исключают из опыта.

Информация о результатах испытаний получается в виде выборки, содержащей  $N$  значений наработки до отказа  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ , которая обрабатывается по программе определения плотности распределения  $f(t)$  и ее числовых характеристик: средней наработки до отказа, рассчитанной по формуле  $T^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i$ , и дисперсии наработки до отказа рассчитанной по  $D_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tau_i - T^*)^2$  или  $\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\tau_i - T^*)^2$ .

На основании полученной плотности распределения  $f(t)$  рассчитываются остальные показатели безотказности:

- вероятность отказа  $Q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$ ;
- вероятность безотказной работы  $P(t) = 1 - Q(t)$ ,  $Q(t) = 1 - P(t)$ ;
- интенсивность отказов  $\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$ .

В связи с применением для железнодорожно-строительных машин (ЖСМ) системы планово-предупредительных ремонтов широкое применение будет иметь план с фиксированной наработкой  $[N, U, T]$ . В общем случае  $T$  – установленная наработка, после которой производится восстановление работоспособности объекта или он заменяется новым. Для ЖСМ и их сборочных единиц выбор  $T$  зависит от вида объекта, характера отказа и может быть определен как наработка между заводскими ремонтами или от заводского ремонта (изготовления) до следующего ремонта.

При плане  $[N, U, T]$  наблюдается состояние всех  $N$  объектов в течение наработки  $T$ . При первом же отказе  $i$ -го объекта с наработкой  $t_i < T$  дальнейшее наблюдение за объектом прекращается. Достоинством этого плана является меньший срок наблюдений, поскольку отпадает необходимость ожидать достижения отказов всех  $N$  объектов. Именно

поэтому этот план широко используется в практике определения показателей надежности, особенно если число объектов достаточно велико, а вероятность отказа мала. План  $[N, U, T]$  может быть использован как для ремонтируемых объектов, так и для неремонтируемых. Отличие состоит в том, что отремонтированный после первого отказа объект в дальнейшем из наблюдения исключается.

Если за время испытаний (в течение наработки) откажут все из испытываемых объектов, то фактически реализуется план. В противном случае часть изделий проработает безотказно в течение всего периода испытаний.

Здесь в течение периода испытаний  $T$  отказали  $r$  объектов, а остальные  $N - r$  объектов проработали безотказно от начала испытаний до планового ремонта. Полученная в результате испытаний информация не дает возможности определить плотность распределения  $f(t)$ , как при плане  $[N, U, N]$ , так как неизвестны фактические значения наработки до отказа  $r + 1, r + 2, \dots N$ -го объекта.

В этом случае результаты обработки полученной информации рассчитывают зависимость  $\lambda^*(t)$  по формуле  $\lambda^*(t) = \frac{\Delta n}{n(t)\Delta t}$ , а затем:

- вероятность безотказной работы  $P^*(t)$  – по формуле  $P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$ , а затем:

- вероятность отказов  $Q^*(t)$  – функцию распределения наработки до отказа по формуле  $P(t) = 1 - Q(t)$ ;  $Q(t) = 1 - P(t)$ ;

- среднюю наработку до отказа  $T^*$  по формуле  $T = \int_0^\infty P(t)dt$ .

При необходимости плотность распределения  $f(t)$  можно рассчитать по формуле  $f(t) = F'(t) = -P'(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$ .

План  $[N, U, r]$  можно охарактеризовать следующей моделью: под наблюдение поставлено  $N$  объектов, отказавшие изделия новыми не заменяются, наблюдения продолжают до накопления данных об отказах  $r$  объектов.

Порядок расчета показателей безотказности тот же, что и при плане  $[N, U, T]$ .

План  $[N, R, T]$  особенно важен для определения показателей безотказности восстанавливаемых объектов. При этом плане наблюдений отказавшие изделия заменяют новыми или отремонтированными. Время восстановления работоспособности объекта (ремонта, замены) должно быть достаточно мало, чтобы не повлиять на результаты определения оценок показателей надежности. За  $N$  испытываемыми объектами ведутся наблюдения в течение

наработки  $T$ , как правило, равной наработке до планового ремонта, на котором производится полное восстановление работоспособного состояния испытуемых объектов. Во время испытаний у всех рассматриваемых  $N$  объектов фиксируются наработки до каждого отказа.

В результате обработки информации, полученной по плану  $[N, R, T]$  рассчитывают параметр потока  $\omega^*(t)$  отказов по формуле  $\omega^*(t) = \frac{\Delta m}{N \Delta t}$ , а затем решая уравнение численным методом по рекуррентным

$$\text{формулам} \left\{ \begin{array}{l} f_0 = \omega_0 \\ f_1 = \frac{(\omega_1 - h \frac{\omega_1 f_0}{2})}{1 + \frac{h \omega_0}{2}} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ f_j = \frac{(\omega_j (1 - \frac{h f_0}{2}) - h \sum_{i=1}^{j-1} \omega_i f_{j-i})}{1 + \frac{h \omega_0}{2}} \\ j = 2 \dots n \end{array} \right. , \quad \text{находят плотность}$$

распределения  $f^*(t)$ , с помощью которой рассчитывают

- вероятность отказов  $Q^*(t)$  по формуле  $Q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$ ;
- вероятность безотказной работы  $P^*(t)$  по формуле  $P(t) = 1 - Q(t)$ ;
- среднюю наработку на отказ по формуле  $T = \int_0^\infty P(t) dt$ .

При необходимости оценить надежность испытуемого объекта при работе до первого отказа рассчитывают интенсивность потока отказов  $\lambda^*(t)$  по формуле  $\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$ .

План  $[N, R, r]$  аналогичен плану  $[N, R, T]$ , только продолжительность испытаний не задана заранее, а определяется наработкой, при которой возникает  $i$  – й по счету отказ. Порядок обработки информации тот же, что и при плане  $[N, R, T]$ .

Изучение показателей ремонтпригодности возможно на основе любого плана наблюдений с использованием данных о восстановлении отказавших объектов.

Выбор того или иного плана наблюдений зависит от многих факторов: вида объектов, номенклатуры показателей, подлежащих оценке по результатам наблюдений, условий эксплуатации и др. Важно также обеспечить достаточное количество первичной информации, ее объективность, полноту и точность сведений.

#### Порядок выполнения работы

1. Выбрать план испытаний.
2. Расчетным путем определить основные показатели надежности объектов с учетом планов испытаний.

3. Произвести оценку показателей надежности с учетом выбранных планов испытаний.

Содержание отчета

1. Выбираем план испытаний.
2. Определяем основные показатели надежности с учетом планов испытаний.
3. Оцениваем результаты, полученные в результате расчетов.

*Исходные данные:*

План наблюдений  $[N, U, T]$

Количество наблюдаемых объектов  $N = 40$

Наблюдения проводились до наработки  $T = 200$  км

За время наработки отказали  $d = 10$  изделий

Наработки на отказ каждого из отказавших изделий  $t_i = 10,3; 42,4; 42,5; 47,4; 49,7; 55,0; 71,1; 102,3; 167,9; 170,5$  км

Закон распределения наработки на отказ – экспоненциальный

*Определить:*

$T_{cp}$  – среднюю наработку до отказа

$P(t)$  – вероятность безотказной работы при 400 км

$\lambda(t)$  – интенсивность отказа

гамма – процентный ресурс для  $\gamma = 90\%$

*Решение:*

2.1 Определяем оценку параметра распределения  $\bar{\lambda}$ :

Так как для экспоненциального закона распределения  $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ , это будет также интенсивность отказов. В соответствии с данными табл.3.4.

$$\bar{\lambda} = \frac{d}{\sum_{i=1}^d t_i + (N - d)T} = \frac{10}{759,2 + (40 - 10)} = 1,48 \cdot \frac{10^{-3}}{\text{км}}$$

2.2. Определяем двухсторонние доверительные границы для  $\bar{\lambda}$  с доверительной вероятностью  $\beta = 0,9$ . Для плана  $[N, U, T]$  по табл. 1 приложения 1 к ГОСТ 17509-72:

для нижней границы

$$\lambda_{\text{H}} = \frac{\bar{\lambda}N \cdot x_{\frac{1-\beta}{2},2d}^2}{d \left( 2N - d + \frac{1}{2} x_{\frac{1-\beta}{2},2d}^2 \right)};$$

для верхней границы

$$\lambda_{\text{B}} = \frac{\bar{\lambda}N \cdot x_{\frac{1+\beta}{2},2d}^2}{d \left( 2N - d + \frac{1}{2} x_{\frac{1+\beta}{2},2d}^2 \right)};$$

где значения  $x_{\frac{1-\beta}{2},2d}^2 = 10,9$  и  $x_{\frac{1+\beta}{2},2d}^2 = 31,4$  находим из табл. 1 приложения 3 к ГОСТ 175-09-72.

Подставляя значения в формулы получаем

$$\lambda_{\text{H}} = 0,855 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda_{\text{B}} = 2,48 \cdot 10^{-3},$$

т.е. с вероятностью 0,9 интервал  $(0,855 \cdot 10^{-3}; 2,48 \cdot 10^{-3})$  1/км покрывает истинные значения параметра  $\lambda$ .

2. 3. *Определяем точечную оценку среднего значения наработки до отказа*

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,48 \cdot 10^{-3}} = 676 \text{ км.}$$

2.4. *Определяем нижнюю и верхнюю границы средней наработки*

$$T_{\text{ср.Н}} = \frac{1}{\lambda_{\text{B}}} = 0,403 \cdot 10^{-3} \text{ км}; \quad T_{\text{ср.В}} = \frac{1}{\lambda_{\text{H}}} = 1,17 \cdot 10^{-3} \text{ км.}$$

2.5. *Определяем вероятность безотказной работы за заданную наработку  $T = 400$  км*

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-1,48 \cdot 10^{-3} \cdot 400} = 0,55$$

2.6. *Определяем двухсторонние доверительные границы для вероятности безотказной работы*

$$P_{\text{B}}(t) = e^{-\lambda_{\text{H}} t} = 0,71; \quad P_{\text{H}}(t) = e^{-\lambda_{\text{B}} t} = 0,37.$$

2.7. *Определяем 90%-й ресурс ( $\gamma = 90\%$ )*

$$T_{\gamma} = \frac{1}{\lambda} \left( \ln \frac{\gamma}{100} \right) = \frac{1}{1,48 \cdot 10^{-3}} (-\ln 0,9) = 72,1 \text{ км}$$

2.8. *Определяем двухсторонние доверительные границы 90%-го ресурса*

$$T_{\gamma_H} = \frac{1}{\lambda_B} (-\ln 0,9) = 42,5 \text{ км}$$

$$T_{\gamma_B} = \frac{1}{\lambda_H} (-\ln 0,9) = 123,2 \text{ км}$$

#### *Контрольные вопросы*

1. Основная цель испытаний на надежность.
2. Способы получения информации о надежности.
3. К чему сводятся испытания изделий на безотказность?
4. К чему сводятся испытания изделий на долговечность?
5. К чему сводятся испытания изделий на ремонтпригодность?
6. К чему сводятся испытания изделий на сохраняемость?
7. Какие планы наблюдений применяются для определения показателей надежности?  
От чего зависит выбор плана наблюдений?

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОНТРОЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ.

##### Цель работы:

Научиться сокращать объемы испытаний для подтверждения заданных показателей надежности.

##### Краткие теоретические сведения

Проверку соответствия фактического уровня надежности заданным требованиям для невозстанавливаемых изделий можно проводить наиболее просто по одноступенчатому методу контроля. Этот метод удобен также для контроля среднего времени восстановления восстанавливаемых изделий. Для контроля средней наработки на отказ восстанавливаемых изделий наиболее эффективен последовательный метод контроля. При одноступенчатых испытаниях заключение о надежности делают по истечении назначенного времени испытаний и по общему итогу испытаний. При последовательном методе проверка соответствия показателя надежности заданным требованиям делается после каждого очередного отказа и в эти же моменты времени выясняют, можно ли испытания прекратить или они должны быть продолжены.

При планировании назначается число испытываемых образцов  $n$ , время испытания каждого из них  $t$  и допустимое число отказов  $m$ . Исходными данными для назначения этих параметров являются: риск поставщика (изготовителя)  $\alpha^*$ , риск потребителя  $\beta^*$ , приемочное и браковочное значение контролируемого показателя.

*Риск поставщика*  $\alpha^*$  – вероятность того, что хорошая партия, изделия которой имеют уровень надежности, равный или лучше заданного, бракуется по результатам испытаний выборки.

*Риск заказчика*  $\beta^*$  – это вероятность того, что плохая партия, изделия которой имеют уровень надежности хуже заданного, принимаются по результатам испытаний.

Значения  $\alpha^*$  и  $\beta^*$  назначают из ряда чисел 0.05; 0,1; 0,2. В частности, правомерно назначать  $\alpha^* = \beta^*$ .

Для *невосстанавливаемых объектов* браковочный уровень вероятности безотказной работы  $P_\beta(t)$ , как правило, принимают равным значению  $P_H(t)$ , заданному в технических условиях. Приемочное значение вероятности безотказной работы  $P_\alpha(t)$ , принимают большим  $P_\beta$ . Если время испытаний и режим работы приняты равными заданным, то число испытываемых

образцов  $n$  и допустимое число отказов  $m$  при одноступенчатом методе контроля вычисляют по формулам

$$\sum_{i=1}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (P_\alpha(t))^i P_\alpha(t)^{n-i} = 1 - \alpha^* \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_\beta(t))^i P_\beta(t)^{n-i} = \beta^* \quad (3.2)$$

Для контроля средней наработки на отказ *восстанавливаемых объектов* браковочный уровень средней наработки на отказ  $T_\beta$ , как правило, принимают равным значению  $T_H$  заданному в технических условиях. Приемочное значение  $T_\alpha$  рекомендуется принимать в 1,5...15 раз превышающем  $T_\beta$ . Чтобы избежать неопределенности при выборе  $T_\alpha$ , при отсутствии специальных требований можно принимать  $T_\alpha = 2 T_\beta$ .

При использовании последовательного метода в координатах

$\frac{t_\Sigma}{T_\alpha}$  по уравнениям (3.3) в предположении справедливости экспоненциального распределения строят наклонные линии (уравнения могут быть выведены с использованием функции максимального правдоподобия):

$$m = a \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} + m_0; \quad m = a \left( \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} - \frac{t_0}{T_\alpha} \right), \quad (3.3)$$

где

$$a = \frac{\frac{T_\alpha - 1}{T_\beta}}{\ln \frac{T_\alpha}{T_\beta}}; \quad m_0 = \frac{\ln \frac{1 - \beta^*}{\alpha^*}}{\ln \frac{T_\alpha}{T_\beta}}; \quad \frac{t_0}{T_\alpha} = \frac{\ln \frac{\beta^*}{1 - \alpha^*}}{\frac{T_\alpha - 1}{T_\beta}}$$

Для частного случая  $T_\alpha = 2T_\beta$  графики последовательных испытаний на надежность представлены на рис. 3.1.

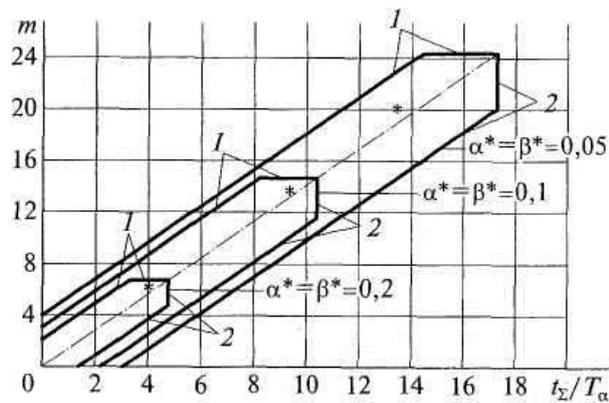


Рис. 3.1. График последовательных испытаний при  $T_a = 2T_\beta$ :  
 I — линии соответствия; 2 — линии несоответствия, \* — соответствующие планы  
 одноступенчатого контроля

Если после очередного отказа значение  $m$ , рассчитанное по формуле (3.3), попадает на графике в область ниже линии соответствия, то результаты испытания считают положительными, если в область выше линии соответствия — отрицательными, если между линиями соответствия и несоответствия, то испытания продолжают.

Считается, что при использовании последовательного метода продолжительность испытаний в среднем меньше на 50%, чем при одноступенчатом контроле. Для сравнения на рис. 3.1. звездочками отмечены соответствующие планы одноступенчатых испытаний.

Одним из наиболее удобных с точки зрения экономичности простоты планов контроля средней наработки на отказ является следующий:  $\alpha^* = \beta^* = 0,2$ ;  $T_\alpha = 4T_\beta$ ;  $T_\beta = T_H$ . В этом случае при испытании двух изделий результаты будут положительными и их прекращают, если в течение времени  $T_H$  у каждого изделия не возникло отказов. Если возник отказ, то изделия восстанавливают и испытания каждого изделия продолжают до получения наработки, равной  $2T_H$ . Если в дополнительное время отказов не возникло, то результаты испытаний положительные. Если суммарное число отказов равно двум или больше, то результаты испытаний отрицательные.

Таблица 3.1.

Надежность	Объект	Типовые примеры	Вид отказа	Критерий или работоспособности
------------	--------	-----------------	------------	--------------------------------------

Параметрическая	Машины	Станки и другие технологические машины, роботы, приборы Энергетические и транспортные машины Технологические и транспортные машины Большинство машин, особенно транспортные машины и станки Все машины	Снижение точности  Снижение КПД Снижение производительности Повышенный шум и вибрация Повышенные расходы на эксплуатацию	Выходная точность Энергетическая эффективность  Производительность  Виброустойчиво
Функционирования	Детали	Детали, работающие с большой начальной затяжкой, подверженные весовым нагрузкам Валы, пружины, зубья колес, рамы транспортных и кузнечно-прессовых машин Лопатки и диски турбин, пружины, болты, шпильки, коллекторы электродвигателей, стенки котлов, детали	Пластические деформации (искривление, вытяжка, осадка, обмятие) Трещины, разрушения, выкрашивание при повторных нагружениях Ползучесть, релаксация напряжений	Статическая прочность Усталостная (в том числе термоциклическая) прочность Длительная прочность
Функционирования	Детали	Детали из хрупких материалов или работающие при ударных нагрузках с большими остаточными напряжениями, или работающие при низких температурах	Разрушения	Хрупкая прочность
	Неподвижные сопряжения	Фрикционные и герметические соединения	Смещение, самоотвинчивание, нарушение герметичности	Прочность или плотность соединений
	Подвижные сопряжения	Тормозные колодки, траки гусеничных машин, лемехи плугов, диски и обкладки муфт и тормозов, зубья колес, щетки электродвигателей  Передачи зацеплением, подшипники скольжения, подшипники качения с пластичной смазкой  Сопряжения кольца плавающего подшипника с корпусом, шлицевые соединения с малым натягом  Подшипники, червячные передачи	Предельный износ  Схватывание, заедание, увеличение сил трения  Фреттинг-коррозия  Защемление, распор	Механическая износостойкость  Молекулярно-механическая износостойкость  Коррозионно-механическая износостойкость

---

Для сокращения длительности испытаний применяют прогнозирование ресурса по результатам замеров скорости изменения, определяющих работоспособность параметров

предложен следующий метод оценки надежности. Для этого:

1. Устанавливают узлы, которые подлежат испытаниям.
2. Оценивают необходимую длительность  $T_{\Sigma}$  неускоренных испытаний и устанавливают план контрольных испытаний.
3. На испытания ставят  $n$  однотипных узлов. Для сведения к минимуму погрешности оценки средней наработки на отказ, связанной для механических, электромеханических и гидравлических узлов с возможным отклонением реального закона распределения наработки на отказ от экспоненциального, назначают  $n = T_{\Sigma}/T_{н}$ , т.е. в нашем случае  $n = 2$ .
4. Составляют перечень первичных возможных отказов узла.
5. По внезапным отказам вида 1 расчетным путем прогнозируют ресурс или работоспособность, вида 2 – расчетом или испытаниями конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров, вида 3 – среднюю наработку на отказ расчетом или испытаниями при термоциклировании.

6. По постепенным отказам назначают длительность испытаний  $t_{и}$  каждого испытываемого образца. Ускорение испытаний рекомендуется прогнозировать ресурс по замерам изменения параметров в течение малого времени (см. табл. 3.2.) Длительность испытания  $t_{н}$  назначают такой, чтобы можно было спрогнозировать наработку испытываемого объекта с относительной погрешностью не выше 0,05... 0,1.

7. У деталей и узлов замеряют начальные значения  $x_{нi}$  определяющих параметров и уточняют из опыта эксплуатации их предельно допустимые  $x_{предi}$  значения. Затем проводят испытания в течение времени  $t_{и}$ , и после их окончания разбирают узел и замеряют значения  $x_i$  тех же параметров. Испытания проводят по управляющей тест - программе в наиболее тяжелом из возможных в эксплуатации режимов. Тест - программа предусматривает работу приводов на разных частотах вращения по всем координатам с преимущественным использованием перемещений с максимальными скоростями и работу всех вспомогательных механизмов. Систематически проверяют точность позиционирования рабочих органов. Для включения в работу тормозов периодически отключают технологическое оборудование от электросети.

8. В предположении линейного изменения определяющего параметра прогнозируют ресурс  $t_i$  по каждому  $i$  – му отказу видов 4-10 (см. табл.3.2.).

$$t_i = \left| \frac{x_{ni} - x_{предi}}{x_{ni} - x_i} \right| t_i.$$

9. Прогнозируют число отказов испытываемых образцов. Считают, что узел отказал или откажет при эксплуатации в течение времени  $T_{\Sigma}/n$ , если:

- расчетом или испытаниями по отказам видов 1, 2 установлено, что ресурс меньше  $T_H$  или работоспособность не обеспечена;
- расчетом или испытаниями по отказу вида 3 получена средняя наработка на отказ, меньшая  $T_H$ ;
- при испытаниях имел место отказ;
- пргнозированием ресурса установлено, что по какому-либо отказов видов 4...10  $t_i < T_{\Sigma}/n$ .

10. Разделяют возникшие при испытаниях и спрогнозированные расчетом первичные отказы на две группы:

- определяющие периодичность технических обслуживаний и ремонта, т.е. таки, предотвращение которых проведением регламентированных работ возможно и целесообразно;
- определяющие среднюю наработку на отказ, т.е. те, предотвращение которых проведением таких работ либо невозможно, либо нецелесообразно.

Для каждого отказа первой группы разрабатываются мероприятия по регламентному обслуживанию, которые вносят в техническую документацию. Количество отказов второй группы суммируют и по суммарному числу подводят итоги результатов испытаний.

Затем проводится расчет среднего времени восстановления. Браковочный уровень среднего времени восстановления  $T_{в\beta}$  принимают равным значению  $T_{в.в.}$ , заданному в технических условиях. Приемочное значение времени восстановления  $T_{в\alpha}$  принимают меньшим  $T_{в\beta}$ . В частном случае можно принять  $T_{в\alpha} = 0,5T_{в\beta}$ . Контроль удобно вести одноступенчатым методом по формуле

$$\frac{T_{в\alpha}}{T_{в\beta}} = \frac{\chi_{1-\alpha;2m}^2}{\chi_{\beta;2m}^2}, \quad (3.4)$$

где  $\chi_{\beta;2m}^2$ ,  $\chi_{1-\alpha;2m}^2$  – квантили уровней  $\beta^*$  и  $1 - \alpha^*$  распределения  $\chi^2$  с  $2m$  степенями свободы, находят необходимое число отказов  $m$ . Затем по формуле

$$\frac{t_{max}}{T_{в\beta}} = \frac{1}{2} \chi_{1-\alpha;2m}^2 \quad (3.5)$$

Вычисляют суммарное время восстановления, необходимое для проведения контроля. В табл.3.3 приведены значения планов контроля, полученные по этим формулам.

Таблица 3.3.

$\alpha^*$	$\beta^*$	$T_{\alpha\beta}/T_{\epsilon\beta}$	$m$	$t_{max}/T_{\epsilon\beta}$
0,05	0,05	0,5	20	13,2
0,1	0,1	0,5	14	9,47
0,2	0,2	0,5	6	3,92

Таблица 3.3.

Результаты испытаний считают положительными, если суммарное время восстановления  $t_{max}$  оказалось достаточным для устранения  $m$  отказов. При совмещении испытаний с контрольными, предназначенными для контроля средней наработки на отказ, удобно необходимую величину  $m$  получать искусственным внесением в конструкцию наиболее типичных неисправностей.

#### Порядок выполнения работы

1. Ознакомление с различными планами испытаний на надежность.
2. Научиться назначать планы испытаний восстанавливаемых объектов.

#### Содержание отчета

1. Ознакомиться с различными планами испытаний на надежность.
2. Назначить планы испытаний восстанавливаемых объектов и сделать выводы.

#### Задача 1.

##### Исходные данные:

Назначить план испытаний восстанавливаемого изделия, если в технических условиях указано, что доверительный интервал средней наработки на отказ  $T_H = 200$  ч (с доверительной вероятностью  $\alpha = 0.9$ ).

##### Решение:

Принимаем  $\alpha^* = \beta^*$ ;  $T_\beta = 200$  ч,  $T_\alpha = 2T_\beta = 400$  ч.

С учетом этих данных из рис. 3.1 следует:

испытания будут положительными при: а)  $t = 560$  ч,  $m = 0$ ; б)  $t = 800$  ч,  $m \leq 1$ ; в)  $t = 1080$  ч,  $m \leq 2$ ; г)  $t = 1400$  ч,  $m \leq 3$ ; д)  $t = 1720$  ч,  $m \leq 4$ ; е)  $t = 1920$  ч,  $m \leq 7$ ;

испытания будут отрицательными при: а)  $t = 0$  ч,  $m \geq 2$ ; б)  $t = 100$  ч,  $m \geq 3$ ; в)  $t = 520$  ч,  $m \geq 4$ ; г)  $t = 840$  ч,  $m \geq 5$ ; д)  $t = 1120$  ч,  $m \geq 6$ ; е)  $t = 1360$  ч,  $m \geq 7$ .

В противном случае испытания продолжают.

### Задача 2.

*Исходные данные:* Назначить план испытаний для контроля среднего времени восстановления не более  $T_{в\beta} = 2$  ч.

*Решение:*

Задаемся:

риск поставщика  $\alpha^* = 0,2$

риск покупателя  $\beta^* = 0,2$

браковочный уровень среднего времени восстановления  $T_{в\beta}$

приемочное значение среднего времени восстановления  $T_{в\alpha}$

верхняя граница среднего времени восстановления  $T_{в.в.} = 1$ ,

Принимаем  $T_{в\beta} = T_{в.в.}$ ,  $T_{в\alpha} = 0,5T_{в\beta}$ .

Из приведенных выше значений планов контроля (см. табл.3.3.) следует:

$m = 6$ ;  $t_{max}/T_{в\beta} = 3,92$ . Следовательно  $t_{max} = 3,92$ .

Определяем  $T_{в\beta} = 3,92 * 2 = 7,84$  ч.

Отсюда следует, что если суммарное время восстановления 7,84 ч оказалось достаточным для устранения шести отказов, то результаты испытаний считаются положительными.

### Контрольные вопросы

1. В чем состоит специфика оценки надежности по результатам испытаний?
2. Как можно сократить объем испытаний для подтверждения заданных показателей надежности?
3. Какова цель определительных испытаний?
4. Чем отличаются определительные испытания восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов?
5. Каковы преимущества проведения форсированных испытаний?
6. Какими способами можно сократить число образцов для проведения испытаний?
7. Как производится расчетно-экспериментальная оценка надежности по критериям работоспособности?
8. Как оценивается вероятность отсутствия отказов отдельных видов?
9. Какое назначение имеют контрольные испытания?

## ОБРАБОТКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ.

Цель работы:

Закрепить и углубить знания в определении основных целей и задач статистической оценки надежности, уровня значимости и мощности статистического критерия. Научиться применять различные методы статистической оценки параметров числовых характеристик и законов распределения.

Краткие теоретические сведения.

В одних случаях для расчета надежности объектов требуются сведения о надежности составляющих его элементов, в других – для подтверждения результатов расчета, в третьих случаях нужно просто оценить надежность уже существующих объектов и т.д. Во всех этих ситуациях необходимы опытные данные, получаемые путем наблюдений за работой и отказами объектов или специальных испытаний на надежность. Если устанавливается контроль над условиями работы, обслуживанием, отказами и восстановлением изделий, то эксплуатацию называют *подконтрольной*. Полученную информацию называют статистическими данными (статистика), другое название – статистическая выборка (выборка). Для анализа статистических данных и принятия обоснованных решений используются методы математической статистики.

Задача определения статистических оценок состоит в нахождении наилучших значений, как можно меньше отличающихся от неизвестных фактических величин. Оптимальные статистические оценки обладают свойствами состоятельности, несмещенности и эффективности.

Статистическую  $\theta^*$  оценку называют *состоятельной*, если она при безграничном увеличении числа наблюдений  $n$  сходится по вероятности к неизвестному значению параметра  $\theta$  (здесь и в дальнейшем статистические оценки величин будем помечать звездочками, чтобы они четко отличались от неизвестных истинных значений):

$$\text{при } n \rightarrow \infty \quad P(|\theta^* - \theta| < \varepsilon) > 1 - \delta,$$

где  $\varepsilon, \delta$  – сколь угодно малые величины.

При ограниченном объеме наблюдений оценка не должна иметь систематической ошибки. Это свойство называют *несмещенность*, т.е. математическое ожидание оценки должно совпадать с неизвестным значением параметра:

$$M(\theta^*) = \theta.$$

*Эффективность* оценки состоит в том, что дисперсия случайных отклонений от неизвестного значения параметра имеет минимально возможное значение

$$D(\theta^*) \rightarrow \min.$$

Оптимальные оценки принято называть *точечными*, так как они не показывают, насколько сильно фактические неизвестные значения параметров  $\theta$  могут отличаться от найденных значений  $\theta^*$ . Для ответа на вопрос о точности полученных значений и возможных отклонениях используют интервальные оценки или доверительные интервалы. *Доверительным* называют интервал  $[\theta_H, \theta_B]$ , который с заданной (доверительной) вероятностью  $\gamma$  накрывает неизвестное значение параметра  $\theta$ ,  $P(\theta_H \leq \theta \leq \theta_B) = \gamma$ .

Следует понимать, что в выражении доверительной вероятности параметр  $\theta$  не случаен, а случайными являются границы интервала  $\theta_H$  и  $\theta_B$ . Существуют вероятности того, что параметр  $\theta$  окажется меньше нижней границы  $P(\theta < \theta_H) = \varepsilon_1$  или больше верхней границы  $P(\theta > \theta_B) = \varepsilon_2$  доверительного интервала,  $\gamma = 1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ . Нас интересуют односторонние доверительные интервалы и односторонние доверительные вероятности

$P(\theta_H \leq \theta < \infty) = \gamma_1 = 1 - \varepsilon_1$ ,  $P(0 \leq \theta \leq \theta_B) = \gamma_2 = 1 - \varepsilon_2$ . Обычно для вероятности  $\gamma$  выбирают значение, достаточно близкое к единице (0,9 или 0,95); это позволяет считать практически достоверным то, что неизвестное значение параметра находится внутри доверительного интервала. Для двухстороннего доверительного интервала принимают

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = (1 - \gamma)/2.$$

Возможен другой подход к определению точности статистических оценок, например, с помощью среднего квадратического отклонения  $\sigma(\theta^*) = \sqrt{D(\theta^*)}$  или коэффициента вариации  $\nu(\theta^*) = \sigma(\theta^*)/\theta^*$ . Величина  $\nu(\theta^*)$  по существу представляет собой относительную погрешность оценки. Если объем статистики достаточно большой и погрешность невелика, то на этом оценивание можно закончить. Иначе пользуясь правилами «двух сигм» или «трех сигм» можно найти границы доверительного интервала: с вероятностью

$\gamma \approx 0,95$   $\theta_H = \theta^* - 2\sigma(\theta^*)$ ,  $\theta_B = \theta^* + 2\sigma(\theta^*)$  и с вероятностью  $\gamma \approx 0,997$   $\theta_H = \theta^* - 3\sigma(\theta^*)$ ,  $\theta_B = \theta^* + 3\sigma(\theta^*)$ .

Чем больше объем статистических данных, тем в большей мере в них проявляются вероятностные закономерности, которым подчиняется исследуемый случайный процесс. Чтобы уверенно оценить закон

распределения случайной величины, опытные данные должны содержать не менее 100-200 реализаций.

Идея проверки статистических гипотез состоит в следующем. Выдвигается основная гипотеза  $H_0$  и простая альтернативная гипотеза  $H_1$ . Альтернативных гипотез может быть несколько  $H_1, H_2, H_3, \dots$ , их называют сложной альтернативой. Задачу можно представить в следующем виде

Гипотеза $H_0$		
	принята	
верна	да	нет
да	$1 - \alpha$	$\alpha$
нет	$\beta$	$1 - \beta$

Возможны два вида ошибок:

- гипотеза  $H_0$  верна, но в результате проверки отвергнута, *это ошибка первого рода;*

- гипотеза  $H_0$  ошибочна, но принята, *это ошибка второго рода.*

Здесь  $\alpha$  – вероятность ошибки первого рода, т.е. вероятность ошибочно отвергнуть правильную гипотезу, ее называют *уровнем значимости критерия;*

$\beta$  – вероятность ошибки второго рода, т.е. вероятность ошибочно принять неправильную гипотезу, величину  $1 - \beta$  называют *мощностью критерия.*

Вероятность  $\alpha$  и  $\beta$  стремятся минимизировать.

Для решения задачи формируется некоторая случайная величина  $U$ , называемая критерием. Критерий должен отражать случайный разброс статистических данных и, в случае справедливости гипотезы  $H_0$ , иметь известную функцию распределения  $F(u)$ . Пусть по статистическим данным мера расхождения  $U$  примет значение  $u^*$ . Если вероятность события  $U \geq u^*$  весьма мала,  $P(U \geq u^*) = 1 - F(u) \leq \alpha$ , то гипотезу  $H_0$  следует отвергнуть как маловероятную в пользу альтернативной гипотезы  $H_1$ , если вероятность значительна, отвергнуть гипотезу  $H_0$  оснований нет. Обычно для  $\alpha$  принимают значения 0,05; 0,02 или 0,01. В большинстве случаев строго сформулировать альтернативные гипотезы не удастся, поэтому не представляется возможным нормировать и рассчитывать мощность критерия. Если обе гипотезы четко сформулированы, то критерий согласия строится по обоим ошибкам.

*Формы представления статистических данных.*

Статистические выборки случайных величин могут быть группированными и не группированными.

Не группированные данные представляют собой набор  $n$  реализаций непрерывной или дискретной величины  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ . Реализации могут быть представлены в естественном порядке их наблюдения в опытах их располагают в порядке возрастания

$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ , упорядоченные по возрастанию данные называют *вариационным рядом*.

Статистические данные получают группированными если контроль исправности объектов (изделия) производится периодически, т.е. фиксируется число реализаций, попавших в каждый временной интервал:  $m_1, m_2, \dots, m_L$ , где  $L$  количество интервалов наблюдений.

При определении вероятности отказов на определенных отрезках времени данные группируют – весь диапазон случайной величины разбивают на  $L$  интервалов и подсчитывают числа реализаций, попавших в каждый интервал  $m_1, m_2, \dots, m_L$ .

Число интервалов рассчитывается по формуле

$$L = 1 = 2,2 \ln(n). \quad (4.1)$$

Результат округляется до целого. Интервалы  $h$  выбирают одинаковыми и рассчитывают по формуле

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{L}. \quad (4.2)$$

Далее рассчитывают границы интервалов  $g_{j+1} = g_j + h$ ,

$$g_0 = x_{min}, \quad g_L = x_{max}.$$

Статистические данные о потоке случайных величин также могут быть группированными и не группированными. Не группированные данные представляют собой набор  $n$  последовательных реализаций интервалов от начала наблюдений до очередного события  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  и между событиями  $t_1, t_2, \dots, t_n$ ,  $\tau_1 = t_1, \tau_i = \tau_{i-1} + t_i$ . Группированные данные получают при периодическом контроле, т.е. фиксируется число отказов, попавших в последовательные интервалы:  $m_1, m_2, \dots, m_L$ , где  $L$  – количество интервалов наблюдения;  $g_0, g_1, \dots, g_L$  границы интервалов;  $h$  – длина интервалов;  $g_{j+1} = g_j + h$ ,  $g_0 = 0$ .

Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с основными задачами статистической оценки надежности машин.

2. Ознакомиться с формами представления статистических данных.
3. Ознакомиться с основными методами обработки статистической информации о надежности.
4. Расчетным путем произвести оценку статистических данных о надежности.
5. Проверить соответствие полученных расчетным путем данных статистической информации.

#### Содержание отчета.

1. Расчетным путем производим оценку статистических данных о надежности.
2. Проверяем, что данные полученных расчетов не противоречат статистическим данным.

#### *Пример расчетов №1*

##### *Исходные данные:*

Выборка сгруппированных данных случайной величины  $n = 200$  (данные сведены в таблицу 4.1)

Статистическая величина подчинена закону распределения Вейбулла

Величина интервала  $h = 1$

Статистические данные получены методом Монте-Карло.

##### *Определить:*

1. Числовые характеристики и параметры закона распределения.
2. Проверить по критерию Пирсона, что закон распределения Вейбулла не противоречит статистическим данным на уровне значимости  $\alpha = 0,5$ .

Таблица 4.1.1

4.1.1. Определяем оценку математического ожидания по формуле (4.11):

$$m_x^* = \frac{0,5 \cdot 2 + 1,5 \cdot 1 + 2,5 \cdot 6 + \dots + 13,5 \cdot 1}{200} = 6,62$$

4.1.2. Определяем несмещенную оценку дисперсии по формуле (4.14):

$$D_x^* = [(0,5 - 6,62)^2 + (1,5 - 6,62)^2 + \dots + (13,5 - 6,62)^2] = 5,386$$

4.1.3. Определяем оценку среднего квадратического отклонения и коэффициент вариации по формуле (4.15):

$$\sigma_x^* = \sqrt{5,386} = 2,32, \quad \nu_x^* = 2,32/6,26 = 0,3506.$$

По таблице в Приложении 6 находим  $b^* = 3,125$ ,  $\gamma_1(b^*) = 0,8946$ , откуда  $a^* = m_x^*/\gamma_1(b^*) = 7,40$ .

4.1.4. Методом наименьших квадратов определяем параметры и числовые характеристики закона распределения.

Реализацией случайной величины для сгруппированных данных является доля отказов, попавших в интервал  $m_j^*/n$ , а теоретической величиной – вероятность попадания в интервал  $p_j(\theta^*)$ . Известные параметры  $\theta^*$  – параметр формы  $b^*$  и параметр масштаба по интенсивности  $\alpha^*$  или параметр масштаба по времени  $a^*$ . Вероятность  $p_j(\alpha^*, b^*)$  равна

$$p_j(\alpha^*, b^*) = F(t_j) - F(t_{j-1}) = (1 - e^{-(\alpha^* t_j)^{b^*}}) - (1 - e^{-(\alpha^* t_{j-1})^{b^*}}) = e^{-(\alpha^* t_{j-1})^{b^*}} - e^{-(\alpha^* t_j)^{b^*}}.$$

Сумма квадратов отклонений равна

$$S = \sum_{j=1}^{14} \left[ \frac{m_j^*}{n} - p_j(\alpha^*, b^*) \right]^2 = \sum_{j=1}^{14} \left[ \frac{m_j^*}{n} + e^{-(\alpha^* t_j)^{b^*}} - e^{-(\alpha^* t_{j-1})^{b^*}} \right]^2 \rightarrow \min$$

В результате решения получаем

$$b^* = 3,112; \alpha^* = 0,1364; a^* = 1/\alpha^* = 7,33.$$

4.1.5. Проверяем по критерию Пирсона, что закон распределения Вейбулла не противоречит статистическим данным на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Для всех границ рассчитываем значения функции распределения  $F_j = F(g_j)$  и вероятности  $p_j$  по формулам (4.30) и [(1.34) [11]].

Все данные, полученные ранее и расчет сводим в таблицу 4.1.2

Таблица 4.1.2.

Рассчитываем по формуле (4.29) значение квадрата отклонений  $U = 11,33$ , число степеней свободы  $r = 13 - 2 - 1 = 10$ .

По таблице (Приложение 4)  $\chi_{r\alpha}^2 = 18,31 > 11,33$ , т.е. оснований отвергнуть гипотезу  $H_0$  нет. Второй вариант решения: по величине  $U$  рассчитываем уровень значимости, приняв  $\chi_{r\alpha}^2 = U$ , найдем

$$\alpha = P(\chi_{r\alpha}^2) = 0,32.$$

Это лишний раз доказывает, что закон распределения Вейбулла хорошо соответствует статистическим данным.

Пример расчетов № 2

Исходные данные

Задан вариационный ряд  $n = 25$  распределенной по нормальному закону случайной величины  $X$  (таблица 4.2.1)

Таблица 4.2.1.

Определить оценку  $m_x^*$  математического ожидания  $m_x$  и рассчитать границы доверительного интервала, соответствующие доверительной вероятности  $\gamma = 0,95$ .

4.2.1. Определяем оценку математического ожидания по формуле (6.10):

$$m_x^* = (10 + 10,5 + 11,1 + \dots + 19,6)/25 = 14,36;$$

4.2.2. Определяем оценку дисперсии по формуле (6.14):

$$D_x^* = [(10 - 14,36)^2 + (10,5 - 14,36)^2 + \dots + (19,6 - 14,36)^2]/24 = 5,604;$$

4.2.3. Определяем среднее квадратическое отклонение случайной величины

$$\sigma_m = \sqrt{D_x^*/n} = \sqrt{5,604/25} = 0,473.$$

Из таблицы (Приложение 5) при  $\gamma = 0,95, n - 1 = 24$ , находим  $t_\gamma = 2,06$ .

4.2.4. Определяем доверительные границы математического ожидания по формуле (6.23)

$$m_H = 14,36 - 2,06 \cdot 0,473 = 13,38 \approx 13,4;$$

$$m_B = 14,36 + 2,06 \cdot 0,473 = 15,33 \approx 15,3.$$

Закон распределения Стьюдента при  $n \rightarrow \infty$  приближается к нормальному закону, поэтому можно приближенно рассчитывать границы доверительного интервала, используя квантили нормального распределения. Из таблицы (Приложение 2) при  $\gamma = 0,95$  находим  $z_\gamma = 1,96$ . Уже при  $n = 25$  приближенные доверительные границы будут:

$$m_H = m_x^* - z_\gamma \sigma_m = 14,36 - 1,96 \cdot 0,473 = 13,43 \approx 13,4;$$

$$m_B = m_x^* + z_\gamma \sigma_m = 14,36 + 1,96 \cdot 0,473 = 15,29 \approx 15,3,$$

т.е. совпадают с точностью до трех знаков с предыдущими расчетами.

Этот же результат получается и по правилу «двух сигм». Показатель оценки погрешности  $\nu_m = \sigma_m/m_x^* = 0,473/14,36 = 0,333 = 0,3\%$  тоже хорошо характеризует полученную точность.

4.2.5. Определяем доверительные границы дисперсии.

Доказано, что оценка дисперсии  $D_x^*$  имеет  $\chi^2$  – распределение с  $r = n - 1$  степенью свободы. Для двустороннего доверительного интервала дисперсии вычисляют  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = (1 - \gamma)/2 = 0,05$  и

$\gamma_2 = 1 - \varepsilon_2 = 0,95$ . Затем находят значения  $\chi_r^2(\varepsilon_1) = 36,4$  и  $\chi_r^2(\gamma_2) = 13,85$  по таблице  $\chi^2$  –распределение с  $r = n - 1 = 25 - 1 = 24$  степенью свободы (Приложение 4):

$$D_H = D_x^*(n - 1)/\chi_r^2(\varepsilon_1) = 5,604 \cdot 24/36,4 = 3,69; \quad (4.31)$$

$$D_B = D_x^*(n - 1)/\chi_r^2(\gamma_2) = 5,604 \cdot 24/13,85 = 9,71. \quad (4.32)$$

4.2.6. Определяем доверительные границы среднего квадратического отклонения

$$\sigma_x^* = \sqrt{D_x^*} = \sqrt{5,604} = 2,37, \sigma_H = 1,92, \sigma_B = 3,12.$$

### Контрольные вопросы

1. Основные задачи статистической оценки надежности.
2. Точечные и интервальные оценки. Уровень значимости и мощность статистического критерия.
3. Биноминальные испытания.
4. Статистическая оценка законов распределения
5. Статистическая оценка интенсивности отказов.
6. Методы статистической оценки параметров законов распределения.
7. Метод максимального правдоподобия.
8. Интервальное оценивание методом интервального правдоподобия.