

КФ ПГУПС

Методические указания  
к выполнению практических занятий  
по прикладной математике  
для специальности 08.02.10  
«Строительство железных дорог,  
путь и путевое хозяйство»  
преподавателя Моревой Л. А.

2017

## Пояснительная записка

В результате выполнения практических занятий обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности СПО 08.02.10 «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство»

следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

У 1 - Решать прикладные технические задачи методом комплексных чисел;

У 2 – решать задачи с помощью теории графов

У 3 - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

У 4 - работать с числовыми рядами;

У 5 - решать задачи по теории вероятностей;

У 6- применять методы численного дифференцирования и интегрирования.

З 1- основы теории комплексных чисел ;

З 2 - определения и правила построения графов;

З 3 - основы дифференциального и интегрального исчисления;

З 4 - основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;

З 5 - способы решения простейших видов дифференциальных уравнений;

З 6 - способы исследования числовых рядов;

З 7 - основные понятия теории вероятностей и математической статистики;

З 8 - основные численные методы.

ОК1-Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК2-Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК3-Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК4-Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК5-Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК6-Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК7-Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК8-Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК9-Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК1.3 - Выполнять требования нормативно-технической документации по организации эксплуатации машин при строительстве, содержании и ремонте дорог.

ПК 2.3 - Определять техническое состояние систем и механизмов подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования с использованием современных средств диагностики.

ПК 2.4 - Вести учетно-отчетную документацию по техническому обслуживанию и ремонту подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования.

ПК 3.3 - Составлять и оформлять техническую и отчетную документацию о работе ремонтно-механического отделения структурного подразделения.

ПК 3.4 - Рассчитывать затраты на техническое обслуживание и ремонт, себестоимость машино-смен подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин .

ПК 3.5 - Определять потребность структурного подразделения в эксплуатационных и ремонтных материалах для обеспечения эксплуатации машин и механизмов.

## Практическое занятие 1

**Тема:** Комплексные числа и действия над ними.

**Цель:** научиться выполнять операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме; представлять комплексное число в тригонометрической форме.

**Теория:** **Комплексным числом**  $z$  называется число вида  $z = a + bi$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i$  – так называемая *мнимая единица*. Число  $a$  называется *действительной частью* комплексного числа  $z$ , число  $b$  называется *мнимой частью* комплексного числа  $z$ .  $i^2 = -1$

Любое комплексное число (кроме нуля)  $z = a + bi$  можно записать в тригонометрической форме:  
$$z = |z| \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$
, где  $|z|$  – это **модуль комплексного числа**,

а  $\varphi$  – **аргумент комплексного числа**.

**Модулем комплексного числа**  $z$  называется расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости.

**Аргументом комплексного числа**  $z$  называется угол  $\varphi$  между положительной полуосью действительной оси и радиус-вектором, проведенным из начала координат к соответствующей точке.

Чтобы представить комплексное число в показательной форме, надо записать его в виде.

$$z = |z| \cdot e^{i\varphi}$$

### Ход работы

1. Изобразить в комплексной плоскости предложенные числа  $Z$  и  $S$  и сопряженные им числа.
2. Представить комплексное число  $Z$  в тригонометрической и показательной форме, возвести  $Z$  в двадцатую степень.
3. Представить комплексное число  $S$  в тригонометрической и показательной форме, возвести  $S$  в десятую степень.
4. Произвести операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел  $Z$  и  $S$ .
5. Решить квадратное уравнение на множестве комплексных чисел, изобразить корни в комплексной плоскости.
6. Проверить вычисления в ПО Mathcad.

7. Написать фамилию, тему, вариант

8. Задать действительные и мнимые части предложенных чисел

a:=                      b:=                      c:=                      d:=

9. Записать числа в общем виде:

z:=a+b\*i              s:=c+d\*i (Символ i берется из калькулятора)

10. Произвести вычисления

z=                      s=

z+s=                      z-s=                      z\*s=                      z/s=

11. Представить число z в тригонометрической и показательной формах, возвести его в

$$r := \sqrt{a^2 + b^2} \quad \phi := \operatorname{atan}\left(\frac{b}{a}\right) \quad z := r \cdot (\cos(\phi) + i \cdot \sin(\phi))$$

20 степень.

$$z_1 := r \cdot e^{i \cdot \phi}$$

$$z^{20}$$

$$\phi =$$

$$z =$$

$$z_1 =$$

Проверить вычисления в № варианта	Первое комплексное число	Второе комплексное число	Квадратное уравнение
1	Z=3+i	S=5+2i	$x^2-4x+13=0$
2	Z=2+3i	S=1-i	$x^2-2x+5=0$
3	Z=1+2i	S=6+i	$x^2-4x+5=0$
4	Z=2+5i	S=3-2i	$x^2-8x+25=0$
5	Z=4+i	S=2+3i	$4x^2-4x+5=0$
6	Z=3+2i	S=5-i	$x^2+6x+13=0$
7	Z=1+3i	S=0,5+i	$x^2+2x+5=0$
8	Z=0,5+2i	S= -1+i	$4x^2-8x+5=0$
9	Z=2+i	S= -2+3i	$x^2-6x+25=0$
10	Z=1+5i	S= -1-i	$x^2+8x+25=0$

11	$Z=1+0,5i$	$S= -5+2i$	$x^2+6x+25=0$
12	$Z=4+3i$	$S=3+2i$	$x^2-2x+10=0$
13	$Z=1+4i$	$S= -2+i$	$x^2-8x+17=0$
14	$Z=0,5+i$	$S=3+i$	$4x^2+4x+5=0$
15	$Z=5+i$	$S= -5-2i$	$9x^2-6x+10=0$

### **Вывод:**

1. Как производится сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел?
2. Как перевести комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую, показательную?
3. Какова особенность комплексных корней квадратного уравнения?

## Практическое занятие 2

**Тема:** Комплексные числа и действия над ними. Решение задачи для нахождения полного сопротивления электрической цепи переменного тока с помощью комплексных чисел.

**Цель:** научиться решать квадратные уравнения, не имеющие действительных корней, пользоваться формулой Муавра, извлекать корни из комплексных чисел, рассчитывать полное сопротивление цепи переменного тока.

### Ход работы:

1. **Формула Муавра:** Если комплексное число представлено в тригонометрической форме  $z = |z| \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$ , то при его возведении в натуральную степень  $z^n = |z|^n \cdot (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$  справедлива формула:

2. Уравнение вида  $z = \sqrt[n]{w}$  имеет ровно  $n$  корней  $z_0, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ , которые можно найти по формуле:

$$z_k = \sqrt[n]{|w|} \cdot \left( \cos\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right) \right)$$

где  $|w|$  – это модуль комплексного числа  $w$ ,  $\varphi$  – его аргумент, а параметр  $k$  принимает значения:  $k = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

3. **Полное сопротивление цепи переменного тока** электрической схемы, является совокупностью трёх основных составляющих –

- активное сопротивление (омическое),
- индуктивное
- емкостное.

**Активное.** Активным называют сопротивление резистора. Единицей измерения сопротивления является Ом. Сопротивление резистора не зависит от частоты.

**Реактивное.** В разделе реактивные выделяют три вида сопротивлений:

- индуктивное
- емкостное
- собственно реактивное.

**Комплексное сопротивление участка цепи** представляет собой комплексное число, вещественная часть которого соответствует величине активного сопротивления, а коэффициент при мнимой части – реактивному сопротивлению.

По виду записи комплексного сопротивления можно судить о характере участка цепи:

$R + jX$  — активно-индуктивное сопротивление;  
 $R - jX$  — активно-емкостное.

**Задание 1.** Вычислить значение выражения  $i^{10n}$ , где n- номер варианта.

**Задание 2.** Согласно варианту и таблице произвести вычисления:

1.	$Z = \sqrt{3} + j$
2.	$Z = 1 + \sqrt{3}j$
3.	$Z = 1 + j$
4.	$Z = \sqrt{3} + \sqrt{3}j$
5.	$Z = 4 + 4j$
6.	$Z = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}j$
7.	$Z = 1 - j$
8.	$Z = 0,5 + 0,5j$
9.	$Z = 2 - 2j$
10.	$Z = 5 + 5\sqrt{3}j$
11.	$Z = 1 - \sqrt{3}j$
12.	$Z = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3}j$

- $Z^2$
- $Z^{10}$
- $x^2 + Z = 0$
- $\sqrt[3]{Z}$ , изобразить корни в комплексной плоскости
- ДОПОЛНИТЕЛЬНО:  $\sqrt[5]{Z}$

**Задание 3.** Решить уравнения на множестве комплексных чисел согласно варианту:

1.	$z^2 + 4 = 0$
2.	$4z^2 + 1 = 0$
3.	$-9z^2 - 25 = 0$
4.	$16 + 81z^2 = 0$
5.	$36 + 49z^2 = 0$
6.	$144z^2 = -225$
7.	$z^2 + 1 = 0$
8.	$25 + 49z^2 = 0$
9.	$16z^2 = -25$
10.	$-64z^2 - 121 = 0$
11.	$25 + z^2 = 0$
12.	$400 + z^2 = 0$

**Задание 4. на «отлично»**

- **вычислить:**  $i+i^2+i^3+i^4$
- **разложить на множители:**  $4a^2+9b^2$
- **представить в алгебраической форме:**  $8(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$

**Вывод:**

1. Формула Муавра
2. Формула извлечения корней произвольной степени из комплексного числа
3. Как рассчитывается полное сопротивление цепи переменного тока?

## Практическое занятие 3

**Тема:** Построение графа по условию ситуационных задач

**Цель:** научиться строить графы по условию ситуационных задач.

**Ход работы**

1. Решить предложенные задачи по теории графов согласно варианту

<b>1 Вар</b>	<b>2 Вар</b>	<b>3 Вар</b>	<b>4 Вар</b>	<b>5 Вар</b>	<b>6 Вар</b>	<b>7 Вар</b>	<b>8 Вар</b>
1,4,7	2,5,8	3,6,9	1,6,8	2,4,7	3,5,9,	1,5,8	2,6,9
<b>9 Вар</b>	<b>10 Вар</b>	<b>11 Вар</b>	<b>12 Вар</b>	<b>13 Вар</b>	<b>14 Вар</b>	<b>15 Вар</b>	
3,4,7	8,6,1	9,5,2	7,4,3	5,3,9	6,2,8	4,1,7	

### Задание 1

### Задание 2

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

### Задание 3

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		5				
B	5		9	3	8	
C		9			4	
D		3			2	
E		8	4	2		7
F					7	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

Проверить вычисления в программе ГРАФОАНАЛИЗАТОР, распечатать результаты

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		4				
B	4		6	3	6	
C		6			4	
D		3			2	
E		6	4	2		5
F					5	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

### Задание 4

Путешественник пришел в 08:00 на автостанцию населенного пункта ЛИСЬЕ и обнаружил следующее расписание автобусов для всей районной сети маршрутов:

Пункт отправления	Пункт прибытия	Время отправления	Время прибытия
ЛИСЬЕ	ЗАЙЦЕВО	07:50	09:05
СОБОЛЕВО	ЛИСЬЕ	08:55	10:05
ЕЖОВО	ЛИСЬЕ	09:05	10:15
ЗАЙЦЕВО	ЕЖОВО	10:00	11:10
ЛИСЬЕ	СОБОЛЕВО	10:15	11:30
ЛИСЬЕ	ЕЖОВО	10:45	12:00
ЗАЙЦЕВО	ЛИСЬЕ	11:05	12:15
СОБОЛЕВО	ЗАЙЦЕВО	11:10	12:25
ЕЖОВО	ЗАЙЦЕВО	12:15	13:25
ЗАЙЦЕВО	СОБОЛЕВО	12:45	13:55

## Задание 5

## Задание 6

Путешественник пришел в 08:00 на автостанцию населенного пункта КАЛИНИНО и обнаружил следующее расписание автобусов:

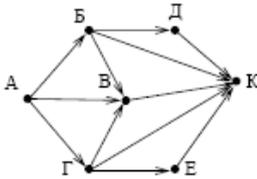
Пункт отправления	Пункт прибытия	Время отправления	Время прибытия
КАМЫШИ	КАЛИНИНО	08:15	09:10
КАЛИНИНО	БУКОВОЕ	09:10	10:15
РАКИТИНО	КАМЫШИ	10:00	11:10
РАКИТИНО	КАЛИНИНО	10:05	12:25
РАКИТИНО	БУКОВОЕ	10:10	11:15
КАЛИНИНО	РАКИТИНО	10:15	12:35
КАЛИНИНО	КАМЫШИ	10:20	11:15
БУКОВОЕ	КАЛИНИНО	10:35	11:40
КАМЫШИ	РАКИТИНО	11:25	12:30
БУКОВОЕ	РАКИТИНО	11:40	12:40

Определите самое раннее время, когда путешественник сможет оказаться в пункте РАКИТИНО согласно этому расписанию.

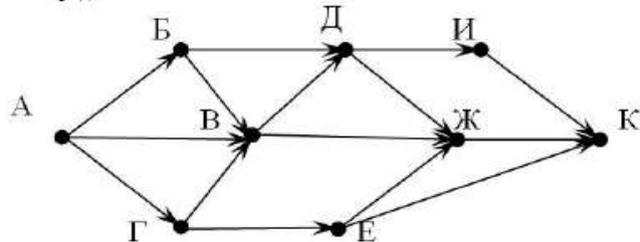
## Задание 7

## Задание 8

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

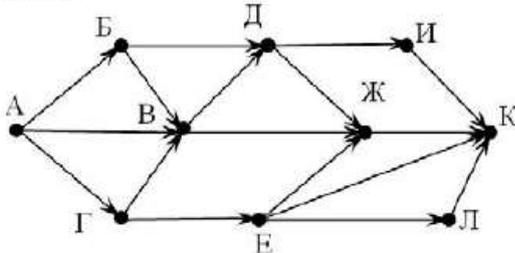


На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



## Задание 9

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



## Задание на «5»

1. У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 3,
2. вычти 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – уменьшает его на 2 (отрицательные числа допускаются). Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 5 команд?

2. Пяти проводникам (Дмитриевой, Григорьевой, Васильеву, Акимовой и Борисову) предложили работу по пяти разным маршрутам: Москва-Воронеж, Москва-Киев, Москва-Симферополь, Москва-Адлер и Москва-Одесса.

- В Воронеж поеду я! – решительно заявила Дмитриева.

- Ну хорошо, согласна уступить подруге, если меня направят в Киев, - проявила великодушие Григорьева.
  - ...А меня - в Симферополь, - не уступила ей в великодушии Дмитриева.
  - Хочу поехать в Адлер или Одессу, - сказал Васильев.
- Акимова и Борисов выразили желание поехать в Одессу или Киев.  
Удастся ли распределить маршруты так, чтобы все проводники были довольны?

### Вывод:

- 1) Определение графа и его элементов (вершины, рёбра).
- 2) Ориентированные и неориентированные графы: определения, сходства и различия.
- 3) Как определяется степень вершины графа?

## Практическое занятие 4

**Тема:** Задачи на нахождение производной. Производная функции и ее приложение для вычисления геометрических, механических и физических величин при решении профессиональных задач.

**Цель:** Научиться дифференцировать функции.

**Ход работы:** 1. Найти производную функции, используя определение производной (“по шагам”)

1	2	3	4	5	6	7	8
$y=2x+1$	$y=x^2-1$	$y=3-x$	$y=x^3-2$	$y=x^2+4$	$y=-7x+12$	$y=3-2x$	$y=-3+4x$
9	10	11	12	13	14	15	
$y=0,35x+3$	$y=2x+10$	$y=x^3-3$	$y=3x+5$	$y=3x^2-2$	$y=13+0,2x$	$y=-x+7$	

2. Найти производную функции, используя таблицу производных:

1	2	3	4	5	6	7	8
$y=5+\cos x$ $y=3x^4+\ln x$ $y=\frac{x^2}{x+1}$	$y=x^2-\sin x$ $y=2^x+4x^5$ $y=\frac{x}{x-1}$	$y=6x-2\operatorname{tg} x$ $y=\sqrt{x}+3^x$ $y=\frac{x^3}{2+x}$	$y=x^3-\cos x$ $y=\sqrt{x}-5^x$ $y=\frac{3x^2}{3+x}$	$y=5x^2-\sin x$ $y=4^x+3x^5$ $y=\frac{x^2}{3-2x}$	$y=x+\operatorname{ctg} x$ $y=\frac{1}{x}-\sqrt{x}$ $y=\frac{x^2}{5+2x}$	$y=6+\cos x$ $y=5^x+14x^2$ $y=\frac{x^4}{2-3x}$	$y=x^4+\sin x$ $y=3^x-2x^6$ $y=\frac{5x^3}{2-x}$

9	10	11	12	13	14	15
$y = -2 + \sin x$ $y = 4x^3 - \ln x$ $y = \frac{-x^2}{5 - 2x}$	$y = x^3 - \cos x$ $y = 7^x - 6x^3$ $y = \frac{2x^2}{4 + x}$	$y = 2x + \operatorname{ctg} x$ $y = \sqrt{x} - 7^x$ $y = \frac{-x^2}{12 - x}$	$y = 0.3 + \cos x$ $y = 2x^7 - \sqrt{x}$ $y = \frac{1 + x^2}{2x}$	$y = 6x - 7 \operatorname{tg} x$ $y = \sqrt{x} + 9^x$ $y = \frac{3 - x^3}{4x^2}$	$y = x^2 - 4 \sin x$ $y = 5^x + 14x^2$ $y = \frac{2x^2}{12 - 3x}$	$y = 5 + \cos x$ $y = -x^6 + \sqrt{x}$ $y = \frac{x^3 + 6}{2x}$

3. Найти производную сложной функции

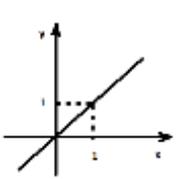
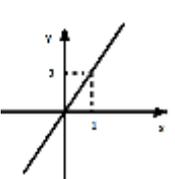
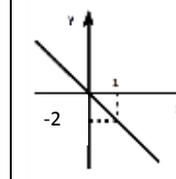
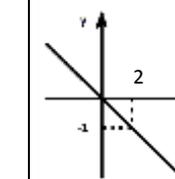
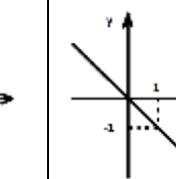
1	2	3	4	5	6	7	8
$y = \cos(2x+9)$	$y = (3x^6+4)^8$	$y = e^{7x+2}$	$y = \sin(-x+9)$	$y = (2x^6-4)^3$	$y = e^{-x+12}$	$y = \cos(2x+9)$	$y = (-x^5+4x)^8$
9	10	11	12	13	14	15	
$y = (-x^3-2x)^8$	$y = e^{3x-7}$	$y = (x^6-4x)^5$	$y = e^{4x+8}$	$y = \cos(x+9x^6)$	$y = (4x^3+x)^7$	$y = e^{2x-3}$	

4. Вычислить значение производной функции в указанных точках  $y'(0)$ ?  $y'(-1)$ ?  $y'(1)$ ?

Найти вторую производную функции

1	2	3	4	5	6	7	8
$y = 7 + 4x - x^2$	$y = 3x^4 - x^2 + 1$	$y = x^4 + 2x^2 - 2$	$y = 2x^3 - x^2 - 2$	$y = 7 - 2x - x^3$	$y = -x^4 - 2x^3 + 2$	$y = x^4 - 3x^3 - 8$	$y = 3x^3 + x^2 - 7$
9	10	11	12	13	14	15	
$y = -2 + 2x^3 - x^2$	$y = 6 + 3x - 2x^2$	$y = x^4 - 3x^2 + 5$	$y = x^3 + 7x^2 - x$	$y = 2x^3 - x^2 - 2$	$y = 2 + 2x - x^4$	$y = x^4 - 6x^3 + 4$	

5. График производной какой функции изображен на рисунке? Почему?

1, 6, 10	2, 7, 11	3, 8, 12	4, 9, 13	5, 14, 15
				

- $y = 6 - 0.5x^2$
- $y = 0.5x^2 + 8$
- $y = 4 - x^2$
- $y = 12 + x^2$
- $y = \cos(x) + 5$
- $y = 12 - 0.25x^2$
- $y = 5 - x^3$
- $y = \sqrt{x}$

$+9^x$   
 •  $y = e^{-x+12}$

6. Закон движения материальной точки задан уравнение  $S(t)$ .

Найдите ускорение через 2 минуты.

1	2	3	4	5	6	7	8
$S(t)=5t^2-2t+3$	$S(t)=2+3t^2-4t$	$S(t)=t^2-8t-17$	$S(t)=5t^2+12t+7$	$S(t)=2t^2-t+23$	$S(t)=6t^2+2t+3$	$S(t)=4t^2+3t+1$	$S(t)=7t^2+2t-2$
9	10	11	12	13	14	15	
$S(t)=3-2t+3t^2$	$S(t)=2+5t^2-7t$	$S(t)=1-3t+7t^2$	$S(t)=4+9t+2t^2$	$S(t)=5+4t+3t^2$	$S(t)=12-t+9t^2$	$S(t)=-3+2t+3t^2$	

### 7. На «отлично»

Написать уравнение касательной к линии в точке

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
линия	$y=x^2$	$y=2x^2$	$y=2x^2+1$	$y=x^3$	$y=x^2-1$	$y=-x^2+2$	$y=x^3-2$	$y=x^2+4$
точка	$M(-1,1)$	$M(1,2)$	$M(-1,3)$	$M(-1,-1)$	$M(-2,3)$	$M(1,3)$	$M(-1,-3)$	$M(1,5)$
вариант	9	10	11	12	13	14	15	
линия	$y=-2x^2$	$y=x^3-1$	$y=4x^2$	$y=x^4$	$y=x^2+2x$	$y=x^2-3$	$y=x^4-1$	
точка	$M(1,-2)$	$M(-1,-2)$	$M(1,4)$	$M(-1,1)$	$M(1,3)$	$M(-1,-2)$	$M(-1,0)$	

## Вывод:

1. Дать определение производной.
2. Какой физический и геометрический смысл имеет производная.
3. Напишите формулу производной сложной функции.
4. Уравнение касательной к графику функции в точке

## Дополнительно

**Найти значение производной функции в точке  $x=2$**

- $\varphi(x) = \frac{7(x-2)}{(x-1)(x+1)}$
- $f(x) = (x+1)^2(x-2)$

## Практическое занятие 5

**Тема:** Исследование функций и построение графиков

**Цель:** Научиться дифференцировать функции.

### Ход работы:

- 1 Исследовать функцию и построить график

1	2	3	4	5	6	7	8
$y=2x^3-9x^2+2$	$y=x^4-2x^2$	$y=x^3-x^2-x+1$	$y=3x^5-5x^3$	$y=2x^3-9x^2+2$	$y=2x^3+7x^2+4x-4$	$y=x^4-8x^2-9$	$y=x^4-4x$
9	10	11	12	13	14	15	
$y=4x^3-3x-1$	$y=0.8x^5-4x^3$	$y=-x^3+3x^2-\frac{2}{2}$	$y=8x^2-x^4$	$y=2x^3+15x^2+24x+3$	$y=-x^3+3x$	$y=x^3-6x^2-15x+2$	

2. Вывести уравнение касательной к данной функции в точке  $x=1$ , построить касательную в той же системе координат.

### 3. На «отлично»

В электротехнике большое значение имеют задачи на поиск оптимального решения: расчет параметров электротехнических приборов, при которых в цепи будет наибольшая мощность. Мощность, потребляемая электронагревательным прибором, сопротивление которого равно  $R$ , находится по формуле:

$$P = \frac{\varepsilon^2 \cdot R}{(r + R)^2}$$

Электронагревательный прибор потребляет мощность от источника тока, ЭДС которого  $\varepsilon$ , а внутреннее сопротивление  $r$ .

Какое сопротивление должен иметь прибор, чтобы в нем выделялась максимальная мощность? Вычислить значение максимальной мощности.

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

$\mathcal{E}$	3	3	4	4	5	5	5	4
$\mathbf{r}$	2	1	2	1	3	1	2	3
	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
$\mathcal{E}$	6	6	6	6	5	7	7	
$\mathbf{r}$	1	3	2	4	4	2	3	



## Вывод:

5. Дать определение критических точек, точек экстремума
6. Указать точки максимума, минимума, экстремума построенной функции
7. Указать промежутки монотонности функции
8. Уравнение касательной к графику функции в точке



$\int_{-2}^3 x dx$	$\int_0^5 x^2 dx$	$\int_2^3 x^3 dx$	$\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$	$\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$	$\int_1^4 \frac{32}{x^3} dx$	$\int_1^5 (x+3) dx$	$\int_{-2}^0 x^2 dx$
<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
$\int_1^4 \frac{5}{x^2} dx$	$\int_{-2}^5 3x dx$	$\int_0^4 \sqrt{x} dx$	$\int_{\frac{1}{2}}^1 (2-x) dx$	$\int_0^4 x^4 dx$	$\int_3^4 \frac{2}{x^2} dx$	$\int_2^3 (5+x) dx$	

4. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
$y = \sqrt{x}$ $y=0$ $x=4$	$y = \frac{1}{x^2}$ $y=0$ $x=1$ $x=2$	$y = 2x^2$ $y=x$	$y=x^3$ $y=x^2$	$y = \sqrt{x}$ $y=0$ $x=9$	$y = \frac{2}{x^2}$ $y=0$ $x=1$ $x=3$	$y=x^3$ $y=x$	$y=3x^3$ $y=0$ $x=1$ $x=2$
<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
$y=x^2$ $y=2x$	$y=6+3x$ $y=0$ $x=3$ $x=4$	$y=x^4$ $y=x^3$	$y=x^3$ $y=0$ $x=1$ $x=4$	$y=x^2$ $y=x+2$	$y=2x$ $y=x^2$	$y=7x$ $y=x^2$	

5. Скорость движения материальной точки изменяется по закону согласно варианту. Найдите длину пути, пройденного телом за первые 3сек.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
$v(t)=5t^2-2t+3$	$v(t)=2+3t^2-4t$	$v(t)=t^2-8t-17$	$v(t)=5t^2+12t+7$	$v(t)=2t^2-t+23$	$v(t)=6t^2+2t+3$	$v(t)=4t^2+3t+1$	$v(t)=7t^2+2t-2$
<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
$v(t)=3-2t+3t^2$	$v(t)=2+5t^2-7t$	$v(t)=1-3t+7t^2$	$v(t)=4+9t+2t^2$	$v(t)=5+4t+3t^2$	$v(t)=12-t+9t^2$	$v(t)=-3+2t+3t^2$	

**На «отлично»**

1. Изучить теоретическую часть
2. Определить действующее значение переменного синусоидального тока, согласно варианту, используя приведённый в теории вывод.

При расчётах и электрических измерениях широко применяется действующее значение переменного тока I.

Для его определения можно исходить из теплового тока в электрической цепи. Количество теплоты, синусоидальным током за время равное периоду T:

действия переменного  
выделенное

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$Q = \int_0^T i^2 r dt = r \int_0^T i^2 dt$$

Такое же количество теплоты в сопротивлении r за время T выделит

$$Q = I^2 r T \quad r \int_0^T i^2 dt = I^2 r T \quad \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt}$$

постоянный ток I:

1	10
2	2
3	3
4	4
5	5
6	7
7	3
8	5
9	1
10	9
11	6
12	2
13	8
14	7
15	10

Известно, что  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Так как,

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^T dt - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt = \frac{1}{2} T - \frac{1}{2 \cdot 2\omega} \sin 2\omega t \Big|_0^T = \frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin \frac{4\pi}{T} t \Big|_0^T = \frac{T}{2}$$

$$I = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 * I_m$$

Таким образом, действующее значение переменной

синусоидального тока меньше его амплитудного значения в  $\sqrt{2}$  раз.

Такое же соотношение справедливо для действующих значений синусоидального

напряжения и ЭДС:  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$

### 6. Проверить вычисления в ПО Mathcad:

#### Подписать работу: фамилия, тема, вариант

1. Записать предложенную функцию, скопировать правую часть, выделить переменную курсором, выполнить команду **Symbolics-Variable-Integrate**

2. Записать неопределенный интеграл, вычислить его через символ «стрелка».

3. Записать определенный интеграл, вычислить его через символ «равенства».

4. Найти площадь фигуры между графиками:

- Построить в одной системе координат графики предложенных функций y(x) и g(x).
- Найти абсциссы точек пересечения, приравняв правые части через жирное равно и выполнив команду **Symbolics-Variable-Solve**.
- Вычислить определенный интеграл на полученном промежутке.

9. По аналогии выполнить задание 5

**Вывод:**

1. Дать определение первообразной функции
2. Написать формулу Ньютона-Лейбница для нахождения определённого интеграла
3. Геометрический смысл определённого интеграла
4. Дать определение криволинейной трапеции.
5. Написать формулы для нахождения действующих значений синусоидального тока, напряжения, ЭДС.

## Практическое занятие 7

**Тема:** Выделение функции и аргумента из заданных переменных величин, установление физического смысла функции, производной от нее. Установление на основе известных сведений из физики, механики, электротехники зависимости между функцией, ее производной и аргументом. Определение типа составленного уравнения. Решение уравнения и поиски его общего и частного решения.

**Цель:** закрепить навыки в решении дифференциальных уравнений.

### Ход работы

1. Найдите общее решение дифференциальных уравнений.

№ варианта	Первое дифференциальное уравнение	Второе дифференциальное уравнение	Третье дифференциальное уравнение
1	$\frac{dx}{y^2} = \frac{3dy}{x^2}$	$(x + xy)y' = y - xy$	$y'' - 5y' - 6y = 0$
2	$\sqrt{y}dy = 3\sqrt{x}dx$	$x + yy' = 0$	$3y'' - 11y' + 6y = 0$
3	$\sqrt{y}dx = \sqrt{x}dy$	$y' = xy$	$y'' - 16y' + 64y = 0$
4	$dy = (3 - 4x)dx$	$y' = xy^2$	$9y'' + 6y' + 10y = 0$
5	$\frac{dy}{dx} = 6x^2 - 8x + 1$	$y' = -\frac{x}{y}$	$2y'' - 7y' + 3y = 0$
6	$\frac{dy}{x^2} = \frac{dx}{3y^2}$	$y' = -\frac{y \cos x}{1 + y}$	$2y'' + 3y' - 2y = 0$
7	$\frac{dy}{dx} = \cos x - \sin x$	$y' = 4x\sqrt{y}$	$y'' - 8y' + 16y = 0$
8	$\frac{dy}{dx} = 3 \sin x$	$xy' = y^2$	$4y'' + 4y' + 5y = 0$
9	$\frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$	$x(1 + y)y' = (1 - x)y$	$y'' + 3y' - 10y = 0$
10	$\frac{dy}{3\sqrt{x}} = \frac{dx}{\sqrt{y}}$	$xy' + (x + 1)y = 0$	$3y'' - 10y' + 3y = 0$

11	$\frac{1}{dx} = \frac{5 \sin x}{dy}$	$xy' + y^2 = 0$	$y'' + 6y' + 9y = 0$
12	$(8 - 9x)dx = dy$	$y' = 3xy$	$y'' - 8y' + 25y = 0$
13	$\sin x - \cos x = \frac{dy}{dx}$	$-7yy' = x$	$y'' - 3y' - 10y = 0$
14	$\frac{dy}{dx} = 7x^2 - 5x + 2$	$y' = 8xy^2$	$2y'' - 3y' - 2y = 0$
15	$\frac{dx}{y^5} = \frac{7dy}{x^3}$	$y' - xy = 0$	$y'' + 2y' + 5y = 0$

### В Mathcad

- Записать уравнение через жирное равно (символ производной сочетание клавиш Ctrl+F7)
- Записать уравнение с разделенными переменными через жирное равно
- Взять неопределенный интеграл от обеих частей, выделить все выражение и нажать символ «Стрелочка»
- Записать общее

решение

2. Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

1	2	3	4	5
$y'' + 3y' + 2y = 0$ $y(0)=-1 \quad y'(0)=3$	$y'' + 2y' + 5y = 0$ $y(0)=1 \quad y'(0)=1$	$y'' + 2y' - 5y = 0$ $y(0)=0 \quad y'(0)=1$	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y(0)=1 \quad y'(0)=1$	$y'' + 4y' + 7y = 0$ $y(0)=1 \quad y'(0)=1$
6	7	8	9	10
$y'' + 2y' - 8y = 0$ $y(0)=4 \quad y'(0)=-4$	$y'' - 2y' + y = 0$ $y(0)=4 \quad y'(0)=2$	$y'' - 3y' + 2y = 0$ $y(0)=2 \quad y'(0)=3$	$y'' + 4y' + 4y = 0$ $y(0)=1 \quad y'(0)=-1$	$y'' + 4y = 0$ $y(\frac{\pi}{4})=1 \quad y'(\frac{\pi}{4})=-2$
11	12	13	14	15
$y'' - y = 0$ $y(0)=0 \quad y'(0)=1$	$y'' - 2y' - 3y = 0$ $y(0)=8 \quad y'(0)=0$	$y'' - 9y = 0$ $y(0)=2 \quad y'(0)=6$	$y'' - 2y' + 50y = 0$ $y(0)=1 \quad y'(0)=1$	$y'' - 10y' + 25y = 0$ $y(0)=2 \quad y'(0)=8$

### 3. В Mathcad

- Будем решать задачу с помощью функции Odesolve.
- Прежде чем вводить дифференциальное уравнение, введем ключевое слово
- Given, а затем - дифференциальное уравнение.
- При вводе дифференциального уравнения необходимо в скобках указать аргумент искомого решения и использовать знак символического равенства.
- Следом за уравнением необходимо ввести начальное условие. При вводе начального условия, как и при вводе уравнения, следует использовать знак символического равенства.
- Знак символического равенства можно ввести щелчком по соответствующей кнопке в панели Evaluation.
- Знак символического равенства можно ввести с клавиатуры, нажав одновременно клавиши <Ctrl> и <=>

- Построим график найденного решения  $y(x)$
- Для того чтобы построить график решения  $y(x)$ , щелкните в панели Graph по пиктограмме декартова графика, введите в помеченных позициях имена аргумента и функции и щелкните по свободному месту в рабочем документе вне выделяющей рамки

#### 4. на «отлично»

- изучить алгоритм решения задач на составление дифференциальных уравнений

1. из переменных величин выделяют функцию и аргумент, устанавливают физический смысл функции и ее производной.
2. Используя известные сведения из физики, механики, электротехники, выражают зависимость между функцией, ее производной и аргументом (составляют дифференциальное уравнение)
3. определяют тип уравнения и находят общее решение
4. если даны начальные условия, то получают частное решение уравнения.

- решить задачу из электротехники согласно алгоритму

**Конденсатор емкостью  $Q$  включается в цепь с напряжением  $U$  и сопротивлением  $R$ . Определить заряд  $q$  конденсатора в момент  $t$  после выключения.**

1. Сила тока  $I$  представляет собой производную количества электричества  $q$ , прошедшего через проводник, по времени, т.е.  $I = \frac{dq}{dt}$ . В цепи действует электродвижущая сила  $E$ , равная разности между напряжением цепи  $U$  и напряжением конденсатора  $\frac{q}{Q}$ , т.е.  $E = U - \frac{q}{Q}$ . Согласно Закону Ома,  $I = \frac{E}{R}$ . Теперь можно составить уравнение  $\frac{dq}{dt} = \frac{U - \frac{q}{Q}}{R}$  или  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{QR} = \frac{U}{R}$

2. Это – линейное уравнение первого порядка. Его общее решение имеет вид  $q = Ce^{-\frac{t}{QR}} + UQ$ .
3. По условию  $q=0$  при  $t=0$  и, значит, \_\_\_\_\_ т.е.  $C = \text{_____}$ . Таким образом, заряд конденсатора в момент  $t$  выражается формулой  $q = \text{_____}$ .

#### Выводы:

1. Сформулируйте определение дифференциального уравнения.
2. Что является решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим решением?
4. Какое решение дифференциального уравнения называется частным решением?
5. Уравнение какого вида называется дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?
6. Уравнение какого вида называется однородным дифференциальным уравнением второго порядка?

## Практическое занятие 8

**Тема:** Решение дифференциальных уравнений в решении задач .

**Цель:** Научиться решать задачи с помощью дифференциальных уравнений

**Теория:** алгоритм решения задач на составление дифференциальных уравнений

5. из переменных величин выделяют функцию и аргумент, устанавливают физический смысл функции и ее производной.
6. используя известные сведения из физики, механики, электротехники, выражают зависимость между функцией, ее производной и аргументом (составляют дифференциальное уравнение)
7. определяют тип уравнения и находят общее решение
8. если даны начальные условия, то получают частное решение уравнения.

Ход работы

### Задача 1

Скорость тела, выходящего из состояния покоя, равна  $5t^2$  м/с по истечении  $t$  секунд. Определить путь, который пройдет тело за 3 секунды

Решение:  $v = \frac{dS}{dt}$ ,  $v = 5t^2$  следовательно,  $\frac{dS}{dt} = 5t^2$ ,

$$dS = 5t^2 dt$$

$$\int dS = \int 5t^2 dt$$

$$S = \frac{5}{3}t^3 + C$$

Начальное условие  $S=0$ ,  $t=0$ , значит,  $C=0$ . Следовательно,  $S = \frac{5}{3}t^3$

По условию,  $t=3$ , подставим в формулу,  $S = \frac{5}{3}3^3 = 45(м)$

Решить задачу 1, если  $t$ =номер варианта +10

### Задача 2

Тело движется прямолинейно со скоростью  $v$ , пропорциональной времени движения  $t$ . Найти уравнение движения тела, если от начала отсчета времени оно проходит 20м за 10с, 35м за 20с. Какой путь пройдет тело за 1мин 40 сек?

**Решение:**  $v = \frac{dS}{dt}$ ,  $v = kt$ , значит  $\frac{dS}{dt} = kt$

$$dS = kt dt$$

$$\int dS = k \int t dt$$

$$S = k \frac{t^2}{2} + C$$

Частное решение:  $\begin{cases} 20 = 50k + C \\ 35 = 200k + C \end{cases}$ ,

- найти значения  $k$  и  $C$ ,
- подставить в формулу расстояния
- вычислить  $S$ .

### Задача 3

Тело, находящееся в состоянии покоя, начинает двигаться со скоростью, пропорциональной пройденному пути. Найти уравнение движения тела, если от начала отсчета времени оно проходит 10 м за 2 секунды, 40 м за 4 секунды. Найти путь, пройденный телом за  $t$  секунд, если  $t =$  номер варианта.

### Вывод:

1. записать алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными
  2. записать общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в случае, когда дискриминант
- положительный

- равен нулю
- отрицательный

## Практическое занятие 9

**Тема:** Работа с числовыми рядами. Признак сходимости числового ряда по Даламберу. Разложение функции в ряд Маклорена.

**Цель:** закрепить навыки в работе с числовыми рядами.

**Теория:** Числовой ряд – это сумма членов числовой последовательности вида

Частичная сумма числового ряда – это сумма вида , где  $n$  – некоторое натуральное число.

Числовой ряд называется **сходящимся**, если существует конечный предел последовательности частичных сумм  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ . Если предел последовательности частичных сумм числового ряда не существует или бесконечен, то ряд называется **расходящимся**.

**Необходимый признак сходимости ряда:** Если общий член ряда не стремится к нулю, то ряд расходится

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n \quad \text{Ряд Маклорена}$$

Для разложения функции  $f(x)$  в ряд Маклорена необходимо:

1. Вычислить значения функции и ее последовательных производных в точке  $x = 0$ , т.е.
2. Составить ряд Маклорена, подставив значения функции и ее последовательных производных в формулу ряда Маклорена;
3. Найти промежуток сходимости полученного ряда по формуле  $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$  ( $a_n \neq 0, n = 1, 2, 3, \dots$ )

**Ход работы**

1. Записать первые три члена ряда, вычислить их сумму.

1	2	3	4	5
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$
6	7	8	9	10
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3+4}$
11	12	13	14	15
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 3^n}{n^4}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n+1)^2}$	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{n^2-2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{n+1}}{n^3}$

2. Записать сумму в свернутом виде с общим членом ряда, записать выражение для 20-го члена ряда

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \dots$	$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots$	$\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{8}{9} + \frac{11}{11} + \dots$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots$
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \frac{8}{9} + \dots$	$\frac{2}{7} + \frac{2^2}{14} + \frac{2^3}{21} + \frac{2^4}{28} + \dots$	$\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \dots$	$\frac{4}{5} + \frac{4^2}{10} + \frac{4^3}{15} + \frac{4^4}{20} + \dots$	$\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{7}{8} + \frac{10}{11} + \dots$
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$\frac{1}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{5}{5^3} + \frac{7}{5^4} + \dots$	$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{9}{16} + \dots$	$\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{8}{9} + \frac{11}{11} + \dots$	$\frac{2}{5} + \frac{4}{7} + \frac{6}{9} + \frac{8}{11} + \dots$	$\frac{3}{2} + \frac{6}{7} + \frac{9}{12} + \frac{12}{17} + \dots$

### 3. Исследовать ряд на сходимость по признаку Даламбера

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{(n+1)n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-2)}{4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n-1)(n+1)}$
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^2}{2^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n+1}}{n \cdot 3^{2n-1}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n+1}}{(n-1)^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n-2)!}$
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^2 3^n}{(n+3)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^{3n+1}}{(n-1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^{2n-1}}{3^{2n+1}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{4^{n-2}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(2n)!}$

### 4. на «хорошо»

Вычислить приближенно определенный интеграл, предварительно разложив подынтегральную функцию в ряд Маклорена, с точностью до 0,001.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$f(x) = \int_0^{0.3} e^{-4x^2}$	$f(x) = \int_0^{0.2} \frac{\sin(x)}{x}$	$f(x) = \int_0^{0.4} e^{-3x^2}$	$f(x) = \int_0^{0.5} \frac{\cos(x) - 1}{x}$	$f(x) = \int_0^{0.6} \frac{1 - \cos(x)}{x}$
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$f(x) = \int_0^{0.7} \frac{\sin(x)}{x}$	$f(x) = \int_0^{0.8} \frac{\sin(x)}{x^2}$	$f(x) = \int_0^{0.3} \frac{1 - \cos(x)}{x}$	$f(x) = \int_0^{0.2} e^{-2x^2}$	$f(x) = \int_0^{0.4} \frac{\sin(x)}{x}$
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>

$f(x) = \int_0^{0,9} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$f(x) = \int_0^{0,2} \frac{2 \sin(x)}{x}$	$f(x) = \int_0^{0,4} \frac{\sin(x)}{2x}$	$f(x) = \int_0^{0,6} \frac{5 \sin(x)}{x}$	$f(x) = \int_0^{0,2} \frac{1 - \cos(x)}{4x}$
--	---	--	---	--

### 5. Проверить вычисления в ПО Mathcad

#### Выводы:

1. Дать определение степенного ряда
2. Дать определение сходящегося и расходящегося ряда
3. Необходимый признак сходимости рядов
4. Признак Даламбера
5. Разложение функции в ряд Маклорена, радиус сходимости.

#### Дополнительно:

Разложить функцию в ряд Маклорена, найти радиус сходимости

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$f(x) = e^{2x}$	$f(x) = \sin(-x)$	$f(x) = \cos(4x)$	$f(x) = \frac{1}{1+x}$	$f(x) = \ln(1+x)$
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$f(x) = \frac{2}{3-x}$	$f(x) = \frac{1}{1-x}$	$f(x) = \frac{\cos(x) - 1}{x}$	$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$	$f(x) = e^{3x-1}$
<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$f(x) = \cos(3x)$	$f(x) = \frac{3}{5-x}$	$f(x) = \sin(2x)$	$f(x) = \frac{4}{2-x}$	$f(x) = \sin(3x)$

## Практическое занятие 10

Тема: Решение комбинаторных задач при организации технической эксплуатации машин и оборудования на железнодорожном транспорте.

**Цель:** закрепить навыки в работе задачами по теории вероятностей

**Теория:** Вероятностью  $P(A)$  события в данном опыте называется отношение числа  $M$  исходов опыта, благоприятствующих событию  $A$ , к общему числу  $N$  возможных исходов опыта.  $P(A) = \frac{M}{N}$

**Ход работы:**

Вар	Номера заданий	Вар	Номера заданий	Вар	Номера заданий
1.	1, 8, 13, 21, 28, 35	6.	6, 7, 18, 20, 27, 34	11.	6, 11, 13, 20, 27, 35
2.	2, 9, 14, 22, 29, 36	7.	2, 7, 15, 22, 29, 31	12.	1, 12, 14, 21, 28, 36
3.	3, 10, 15, 23, 30, 31	8.	3, 8, 16, 23, 30, 32	13.	3, 7, 15, 22, 29, 31
4.	4, 11, 16, 24, 25, 32	9.	4, 9, 17, 24, 25, 33	14.	5, 8, 16, 23, 30, 32
5.	5, 12, 17, 19, 26, 33	10.	5, 10, 18, 19, 26, 34	15.	6, 9, 17, 24, 25, 33

1. Решить комбинаторную задачу	1.	Сколькими способами можно распределить пять машинистов на пять электропоездов по одному человеку на поезд?
	2.	Из десяти машинистов надо выбрать семерых для работы по определенным дням недели. Сколькими способами можно это сделать?
	3.	Сколькими способами из 25 студентов группы можно выбрать 5 делегатов на конференцию?
	4.	Сколько различных расписаний на учебный день можно составить из 6 предметов, используя каждый по одному в день?
	5.	Сколькими способами можно выбрать из актива группы в 10 человек старосту, профорга и культорга?
	6.	Сколько существует способов выучить любые пять стихотворений их восьми, предложенных учителем?
2. Найти вероятность события, согласно определению	7.	Таня забыла последнюю цифру номера телефона подруги и набрала наугад. Какова вероятность, что Таня попала к своей знакомой?
	8.	Какова вероятность, что из 50 пронумерованных жетонов извлеченный наугад жетон содержит только одну цифру 3?
	9.	Студент при подготовке к экзамену не выучил 7 билетов из 25.

		Какова у него вероятность достать выученный билет?				
	10.	Цифры 1, 2, 3, ..., 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.				
	11.	На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность $P(A)$ того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.				
	12.	Из букв слова УРАВНЕНИЕ выбирается наугад одна буква. Какова вероятность, что эта буква будет: а) гласной, б) согласной, в) буквой Ц?				
3. Используя свойства вероятности, вычислить вероятность события	13.	Слово «книга» рассыпали. Какова вероятность, что собранное слово «книга»?				
	14.	В самолете 4 двигателя. Вероятность нормальной работы каждого 0,95. Какова вероятность, что в полете возникнут неполадки во всех четырех двигателях?				
	15.	Два стрелка независимо друг от друга стреляют по одной цели. Вероятность попадания первого 0,9, а второго – 0,8. Какова вероятность, что хотя бы один из них попадет?				
	16.	В билете три раздела. Из 40 вопросов первого раздела студент знает 30, из 30 вопросов второго – 15, и 30 вопросов третьего – 10. Определить вероятность правильного ответа по билету.				
	17.	Тепловоз 2ТЭ-10Л (в двухсекционном варианте) имеет 2 дизеля по 2200 кВт. Вероятность нормальной работы каждого 0,97. С какой вероятностью бесперебойно будет работать хотя бы один дизель?				
	18.	В вещевой лотерее разыгрывается 5 предметов. Всего в урне 30 билетов. Каждый подошедший наудачу достает 4 билета. Какова вероятность, что ровно 2 из них – выигрышные?				
4. Согласно закону распределения дискретной случайной величины, построить многоугольник распределения, вычислить математическое	19.	<b>X</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
		<b>p</b>	<b>0.1</b>	<b>0.2</b>	<b>0.5</b>	<b>0.3</b>
	20.	<b>X</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>150</b>	<b>500</b>
		<b>p</b>	<b>0.8</b>	<b>0.1</b>	<b>0.05</b>	<b>0.05</b>
	21.	<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
		<b>p</b>	<b>0.5</b>	<b>0.2</b>	<b>0.1</b>	<b>0.2</b>

ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.	22.	<b>X</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
		<b>p</b>	<b>0.1</b>	<b>0.3</b>	<b>0.2</b>	<b>0.4</b>
	23.	<b>X</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
		<b>p</b>	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>	<b>0.4</b>	<b>0.2</b>
	24.	<b>X</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>100</b>
		<b>p</b>	<b>0.5</b>	<b>0.1</b>	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>
5.Проведите эксперимент:	25.	На стол 50 раз бросаются две монеты. Исходу «орёл» присваиваете числовое значение 1, исходу «решка» - 0. Вычислить вероятность каждого возможного события, исходя из результатов эксперимента, занести результаты в таблицу,				
	26.					
	27.					
	28.	<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	
	29.	<b>p</b>				
	30.	построить многоугольник распределения, вычислить				
6.Рассчитать вероятность согласно формуле Бернулли	31.					
	32.	Найти вероятность того, что при 16 бросаниях монеты «орел»				
	33.	выпадет ровно k раз, где k-номер варианта по практическим				
	34.	занятиям.				
	35.					
	36.					

Вывод:

1. Чем отличается размещение от перестановок?
2. Чем отличается размещение от сочетания?
3. Классическое определение вероятности
4. Свойства вероятности
5. Формула Бернулли
6. Что такое математическое ожидание?

Дополнительно: решить уравнение  $C_x^{x-2} + 2x = 9$

## Практическое занятие 11

**Тема:** Определение среднеквадратичной скорости для расчета величины возвышения наружного рельса

**Цель:** научиться применять задачи по теории вероятностей в решении профессиональных задач.

### Теория:

**Среднеквадратическое отклонение** в теории вероятностей - наиболее распространённый показатель рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания. Это значение очень важно для определения правдоподобности изучаемого явления в сравнении с предсказанным теорией значением

Расчетное возвышение наружного рельса в кривых, мм, определяется по формуле:

$$h_p = 12,5 \frac{v_{\text{ср}}^2}{R}$$

где  $R$  - радиус кривой, м;

$v_{\text{ср}}^2$  - средняя квадратичная (средневзвешенная по тоннажу) скорость движения поездов, определяемая для года по фактически развиваемым на данной кривой скоростям движения всех пассажирских и грузовых поездов

различной массы.

### Средняя

$$v_{\text{ср}}^2 = \frac{n_1 Q_1 v_1^2 + n_2 Q_2 v_2^2 + \dots + n_i Q_i v_i^2}{n_1 Q_1 + n_2 Q_2 + \dots + n_i Q_i}$$

массы;

$v_i$  - скорость поездов данной массы, км/ч.

**квадратичная скорость определяется по формуле:**

где  $Q_i$  - масса  $i$ -го поезда брутто, т;  
 $n_i$  - количество поездов данной

**Ход работы:** 1. Рассчитать среднюю квадратичную скорость, взяв данные из таблицы согласно варианту:

вариант	Масса поезда в тоннах, Q			Количество поездов данной массы, n			Скорость поездов данной массы, v км/ч		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1.	102,7	125	212,3	2	5	6	85,2	52,1	21,4
2.	203,2	154	162,3	3	4	5	56,4	25,3	54,2
3.	125,3	215	311,7	5	6	1	68,2	56,3	54,2

4.	235,6	165	221,3	5	4	2	52,3	42,6	54,6
5.	152,6	213	152,1	6	2	3	32,5	51,2	62,3
6.	234,2	255	253,1	4	5	6	52,1	34,7	77,2
7.	105,4	197	328,1	5	2	8	68,5	21,6	45,8
8.	146,5	216	125,5	4	5	7	23,5	56,4	56,8
9.	135,5	162	177,7	5	3	6	56,2	64,3	58
10.	256,3	165	258,2	2	5	9	38,9	55,3	68,1
11.	456,5	208	235,6	2	6	5	54,2	62,5	72,1
12.	125,9	192	154,1	3	2	4	55,2	64,2	72,1
13.	238,2	234	245,2	2	6	4	23,4	32,4	90,2
14.	196,3	156	237,5	8	5	2	75,2	65,3	85,1

2. Рассчитать расчетное возвышение наружного рельса в кривых, если радиус кривой равен  $R=10 \cdot \text{номер варианта (м)}$ .

**Вывод:**

1. Дать определение математического ожидания
2. Дать определение среднеквадратического отклонения
3. Что показывает среднеквадратическое отклонение?

## Практическое занятие 12-13

**Тема:** Решение задач на нахождение аналитического выражения функции по её табличному заданию

**Цель:** научиться пользоваться численными методами при нахождении аналитического выражения функции и значения производной в данной точке.

**Теория:** При алгебраической интерполяции для представления информации о функции  $f(x)$  используется таблица значений этой функции. Задачей вычислительной математики является задача

$x_0$	$x_1$	$x_2$	..
$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	..

построения по таблице такой функции  $\tilde{f}$ , которая бы не сильно отличалась от  $f$ . Точки  $x_i$  называются **узлами интерполяции**, а условия  $f(x_i)$  – **условиями интерполяции**. При этом  $f(x)$  ищем только на отрезке  $[x_0, x_n]$ . Если необходимо найти функцию вне отрезка, то - это задача **экстраполяции**. Задача имеет много решений, т.к. через заданные точки  $(x_i, f_i)$ ,  $i=0, 1, \dots, N$ , можно провести бесконечно много кривых, каждая из которых будет графиком функции, для которой выполнены все условия интерполяции. Для практики важен случай аппроксимации функции многочленами, т.е.

<p>В случае полинома первого порядка <b><math>m=1</math></b>, т.е. <math>\varphi(x) = a_0 + a_1x</math>, система нормальных уравнений примет вид:</p> $Na_0 + a_1 \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N f_i$ $a_0 \sum_{i=1}^N x_i + a_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 = \sum_{i=1}^N x_i f_i$	<p>При <b><math>m=2</math></b> имеем: <span style="float: right;"><math>\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2</math></span></p> $Na_0 + a_1 \sum_{i=1}^N x_i + a_2 \sum_{i=1}^N x_i^2 = \sum_{i=1}^N f_i$ $a_0 \sum_{i=1}^N x_i + a_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^N x_i^3 = \sum_{i=1}^N x_i f_i$ $a_0 \sum_{i=1}^N x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^N x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^N x_i^4 = \sum_{i=1}^N x_i^2 f_i$
---	--

### Ход работы

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x$$

1. Для функции  $y=f(x)$ , согласно варианту, найдите приближенные линейную и квадратичную зависимость  $\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ . Вычисления производите с двумя знаками после запятой.

1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><td style="padding: 2px;">x</td><td style="padding: 2px;">-1</td><td style="padding: 2px;">0,5</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">1,5</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">f</td><td style="padding: 2px;">0,5</td><td style="padding: 2px;">1,2</td><td style="padding: 2px;">1,4</td><td style="padding: 2px;">1,6</td></tr> </table>	x	-1	0,5	1	1,5	f	0,5	1,2	1,4	1,6	8	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><td style="padding: 2px;">x</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">2</td><td style="padding: 2px;">3</td><td style="padding: 2px;">3,5</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">y</td><td style="padding: 2px;">-1</td><td style="padding: 2px;">0,2</td><td style="padding: 2px;">0,5</td><td style="padding: 2px;">0,8</td></tr> </table>	x	0	2	3	3,5	y	-1	0,2	0,5	0,8
x	-1	0,5	1	1,5																			
f	0,5	1,2	1,4	1,6																			
x	0	2	3	3,5																			
y	-1	0,2	0,5	0,8																			
2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><td style="padding: 2px;">x</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">1</td><td style="padding: 2px;">2</td><td style="padding: 2px;">3</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">y</td><td style="padding: 2px;">4,1</td><td style="padding: 2px;">6,2</td><td style="padding: 2px;">8,2</td><td style="padding: 2px;">10,2</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	y	4,1	6,2	8,2	10,2	9	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><td style="padding: 2px;">x</td><td style="padding: 2px;">-2</td><td style="padding: 2px;">1,5</td><td style="padding: 2px;">3,5</td><td style="padding: 2px;">5</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">f</td><td style="padding: 2px;">1,4</td><td style="padding: 2px;">1,6</td><td style="padding: 2px;">1,7</td><td style="padding: 2px;">1,5</td></tr> </table>	x	-2	1,5	3,5	5	f	1,4	1,6	1,7	1,5
x	0	1	2	3																			
y	4,1	6,2	8,2	10,2																			
x	-2	1,5	3,5	5																			
f	1,4	1,6	1,7	1,5																			
3	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><td style="padding: 2px;">x</td><td style="padding: 2px;">-1,5</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0,5</td><td style="padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">f</td><td style="padding: 2px;">0</td><td style="padding: 2px;">0,5</td><td style="padding: 2px;">1,2</td><td style="padding: 2px;">1,4</td></tr> </table>	x	-1,5	0	0,5	1	f	0	0,5	1,2	1,4	10	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: left;"> <tr><td style="padding: 2px;">x</td><td style="padding: 2px;">-1</td><td style="padding: 2px;">2</td><td style="padding: 2px;">3</td><td style="padding: 2px;">4</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">f</td><td style="padding: 2px;">2,1</td><td style="padding: 2px;">2,5</td><td style="padding: 2px;">3</td><td style="padding: 2px;">5</td></tr> </table>	x	-1	2	3	4	f	2,1	2,5	3	5
x	-1,5	0	0,5	1																			
f	0	0,5	1,2	1,4																			
x	-1	2	3	4																			
f	2,1	2,5	3	5																			

2. Оцените погрешность вычислений с помощью суммы квадратов отклонений:

$$S_1 = \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 \cdot x_i - f_i)^2$$

$$S_2 =$$

$$\sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2 - f_i)^2$$

**Вывод:**

1. Что такое аппроксимация?
2. Что такое интерполяция?
3. Что такое экстраполяция?
4. Метод наименьших квадратов

4	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>3,1</td><td>4,2</td><td>6,2</td><td>8,2</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	3,1	4,2	6,2	8,2	11	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td></tr> <tr><td>f</td><td>-2</td><td>0</td><td>1,2</td><td>2</td></tr> </table>	x	0,5	1	1,5	2	f	-2	0	1,2	2
x	1	2	3	4																			
y	3,1	4,2	6,2	8,2																			
x	0,5	1	1,5	2																			
f	-2	0	1,2	2																			
5	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td></tr> <tr><td>f</td><td>0,2</td><td>0,5</td><td>1,5</td><td>2</td></tr> </table>	x	0,5	1	1,5	2	f	0,2	0,5	1,5	2	12	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>f</td><td>0,2</td><td>1</td><td>2,3</td><td>5</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	f	0,2	1	2,3	5
x	0,5	1	1,5	2																			
f	0,2	0,5	1,5	2																			
x	-1	0	1	2																			
f	0,2	1	2,3	5																			
6	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>1,1</td><td>4,2</td><td>6,2</td><td>7,2</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	1,1	4,2	6,2	7,2	13	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-5</td><td>-3,5</td><td>-2</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>f</td><td>-1</td><td>0,2</td><td>1,1</td><td>2</td></tr> </table>	x	-5	-3,5	-2	1,5	f	-1	0,2	1,1	2
x	-1	0	1	2																			
y	1,1	4,2	6,2	7,2																			
x	-5	-3,5	-2	1,5																			
f	-1	0,2	1,1	2																			
7	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-5</td><td>-3,5</td><td>-2</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>y</td><td>0,5</td><td>1,2</td><td>1,4</td><td>1,6</td></tr> </table>	x	-5	-3,5	-2	1,5	y	0,5	1,2	1,4	1,6	14	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>f</td><td>-0,2</td><td>1,5</td><td>2,1</td><td>3</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	f	-0,2	1,5	2,1	3
x	-5	-3,5	-2	1,5																			
y	0,5	1,2	1,4	1,6																			
x	1	2	3	4																			
f	-0,2	1,5	2,1	3																			
		15	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td></tr> <tr><td>f</td><td>-2</td><td>-0,5</td><td>1,2</td><td>5</td></tr> </table>	x	0,5	1	1,5	2	f	-2	-0,5	1,2	5										
x	0,5	1	1,5	2																			
f	-2	-0,5	1,2	5																			

## Практическое занятие 14

**Тема:** Вычисление определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона

**Цель:** научиться пользоваться численными методами при вычислении определённого интеграла.

**Теория: Численное интегрирование**— вычисление значения определённого интеграла (как правило, приближённое). Под численным интегрированием понимают набор численных методов отыскания значения определённого интеграла.

Численное интегрирование применяется, когда:

- Сама подынтегральная функция не задана аналитически. Например, она представлена в виде таблицы (массива) значений в узлах некоторой расчётной сетки.
- Аналитическое представление подынтегральной функции известно, но её первообразная не выражается через аналитические функции. Например,  $f(x) = \exp(-x^2)$

1. **Метод прямоугольников** приближённо выражает интеграл

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} (y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1}).$$

2. **Метод трапеций**

$$I \approx h \left( \frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right), \quad \text{где } h = \frac{b-a}{n}$$

3. **Метод парабол (метод Симпсона) N=2n**

$$I \approx \frac{b-a}{6n^2} (f_0 + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{2N-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{2N-2}))$$

Приближение функции одним полиномом на всем отрезке интегрирования, как правило, приводит к большой ошибке в оценке значения интеграла.

Для уменьшения погрешности отрезок интегрирования разбивают на части и применяют численный метод для оценки интеграла на каждой из них.

При стремлении количества разбиений к бесконечности, оценка интеграла стремится к его истинному значению для аналитических функций для любого численного метода.

**Ход работы:**

1. Вычислить данный определенный интеграл с помощью формул интегрирования.
2. Вычислите определенный интеграл
  - a. методом прямоугольников,
  - b. методом трапеций
  - c. методом Симпсона
 на интервале от а до b, разделив отрезок [ab] на 10

№ вар	Функция	a	b
1	$x^2$	1	9
2	$x$	2	9
3	$x + 1$	1	8
4	$x^2 - 1$	2	9
5	$x^2 + 2x$	1	7
6	$2x + 2$	3	9
7	$5 + x^2$	1	8
8	$x^2 + 6$	1	5
9	$2x^2 + 1$	2	6
10	$2 + x^2$	1	7
11	$3x - 1$	3	9
12	$x + x^2$	1	5
13	$1 + 3x$	2	8
14	$x^2 + 4$	1	9
15	$4x - 1$	2	9

равных частей

3. Оцените погрешности приближенных вычислений.

**Вывод:**

1. В чём заключается принцип численного интегрирования?
2. От чего зависит погрешность численного интегрирования?
3. Какой из рассмотренных методов численного интегрирования даёт более точный результат?

## Практическое занятие 15

**Тема:** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера

**Цель:** научиться пользоваться методом Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

**Теория:** Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной, имеет вид

$$y' = f(x, y).$$

**Решением обыкновенного дифференциального уравнения** называется

функция  $\varphi(x)$ , подстановка которой в уравнение обращает его в тождество:  $\varphi'(x) = f(x, \varphi(x))$

График решения  $y = \varphi(x)$  называется **интегральной кривой**. **Задача Коши** для дифференциального уравнения состоит в том, чтобы найти решение уравнения, удовлетворяющее начальному условию

$$y|_{x=x_0} = y_0$$

**Формулы Эйлера** для  $m$  приближённых значений решения задачи Коши с начальными

данными  $(x_0, y_0)$  на сетке отрезка  $[a, b]$  с шагом  $h$ :  $x_i = x_{i-1} + h$

$$y_i = y_{i-1} + hf(x_{i-1}, y_{i-1}) \quad (i = \overline{1, m})$$

### Ход Работы

На отрезке  $[0; 1]$  с шагом  $h=0,2$  найти приближенное решение дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  методом Эйлера. Чему равно значение  $y(1)$  ?

1. Вычислите все значения  $x_{i+1} = x_i + h$  для  $i=0, 1, \dots, 5$  на отрезке  $[0; 1]$  с шагом  $h=0,2$ , начиная с  $x_0=0$ . Все вычисления выполняйте с точностью до десятых.
2. Найдите соответствующие значения  $y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$  для  $i=0, 1, \dots, 5$ ,
3. где  $f(x_i, y_i)$  – правая часть Вашего дифференциального уравнения.
4. Результаты вычислений пунктов №1 и №2 оформите в виде таблицы.

№ варианта	Дифференциальное уравнение	Начальное условие
1.	$y' = y - x^2$	$y(0) = 2$
2.	$y' = y + x^2 - 1$	$y(0) = -1$
3.	$y' = y - x^2 + 1$	$y(0) = 2$
4.	$y' = y + x^2$	$y(0) = 1$
5.	$y' = y + x^2 + 1$	$y(0) = 1$
6.	$y' = y - x^2 + 2$	$y(0) = 2$
7.	$y' = y + x^2 - 2$	$y(0) = -1$

5. На координатной плоскости постройте ломаную  $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$  из найденных точек  $P_i(x_i, y_i)$ .
6. Найдите значение  $y(1)$ .

<b>8.</b>	$y'=y-x^2-1$	$y(0)=2$
<b>9.</b>	$y'=y+x^2+3$	$y(0)=1$
<b>10.</b>	$y'=y+x^2-3$	$y(0)=1$
<b>11.</b>	$y'=y-2x^2$	$y(0)=2$
<b>12.</b>	$y'=y+2x^2+1$	$y(0)=-1$
<b>13.</b>	$y'=y-x^3+1$	$y(0)=2$
<b>14.</b>	$y'=y+x^3$	$y(0)=1$
<b>15.</b>	$y'=y+x^3+1$	$y(0)=1$

**Контрольные вопросы:**

1. Какую задачу называют задачей Коши?
2. Что мы получаем в результате решения дифференциального уравнения  $y' = f(x,y)$  численным методом?
3. В чём заключается метод Эйлера?

## Практическое занятие 16

**Тема: контрольное тестирование**

**Цель: проверка знаний.**

1. В тест заложено 41 вопрос из изучаемых на втором курсе разделов математики разного уровня сложности с разным «весом» правильного ответа. Тестирующемуся случайным образом достаются 20 из них. Тест рассчитан на 45 минут времени. Во время работы студент может исправлять ответы, перемещаться по всем вопросам до тех пор, пока не вышло время, либо пока он не нажал на завершение тестирования. По окончании ответов на все вопросы на экране появится итоговый результат, отражающий количество набранных из заложенных баллов (числом, диаграммой, процентом выполнения).
2. По завершении времени тестирования легко и удобно быстро подвести итоги.
3. Компьютерное тестирование отвечает потребностям современного образа жизни, помогает студентам подготовиться к онлайн-тестированию, повышает интерес студентов к сложной и не всегда интересной математической науке, помогает преподавателю быстро и без ошибок подвести итоги.

Тест прилагается