

Калужский филиал ПГУПС

Методическая разработка
по учебной дисциплине
ОП.02 Электротехника и электроника

программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО
13.02.07 Электроснабжение (по отраслям)

Тема: Резонанс в электрических цепях (презентация).

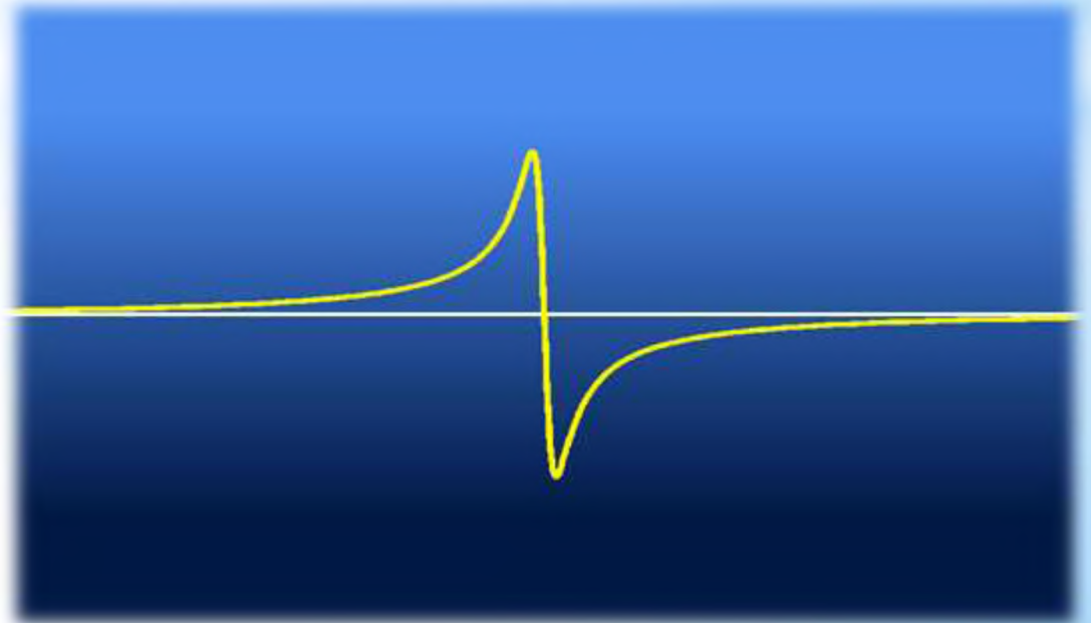
Преподаватель: Жукова И.И

2017

Резонанс в электрических цепях

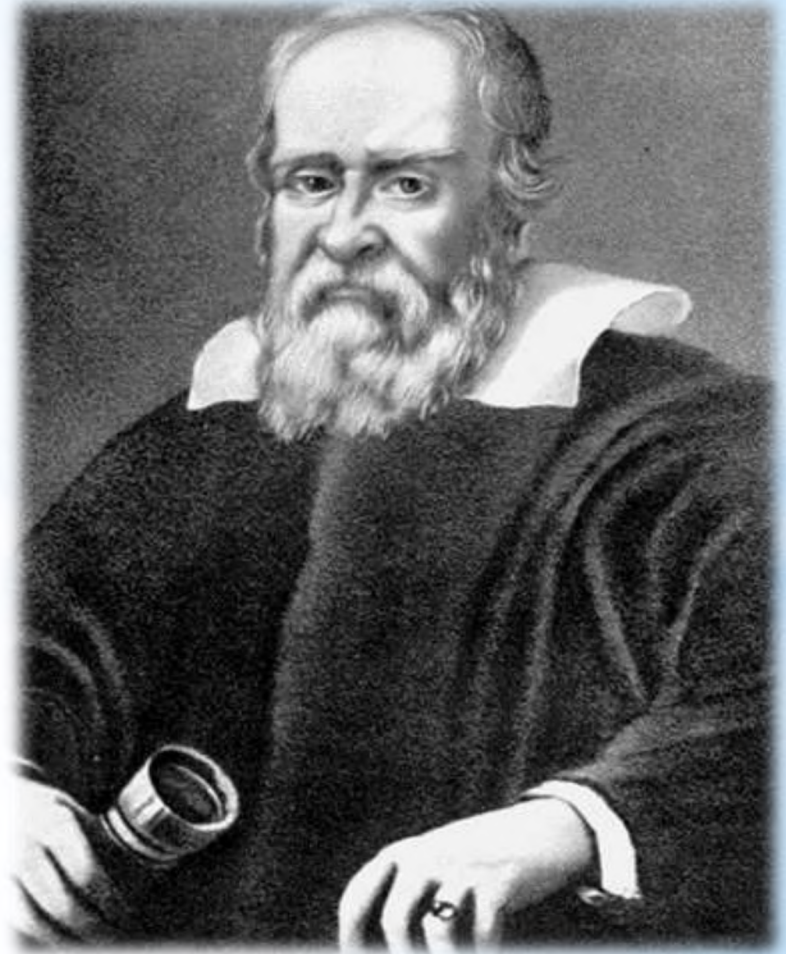
Что такое резонанс?

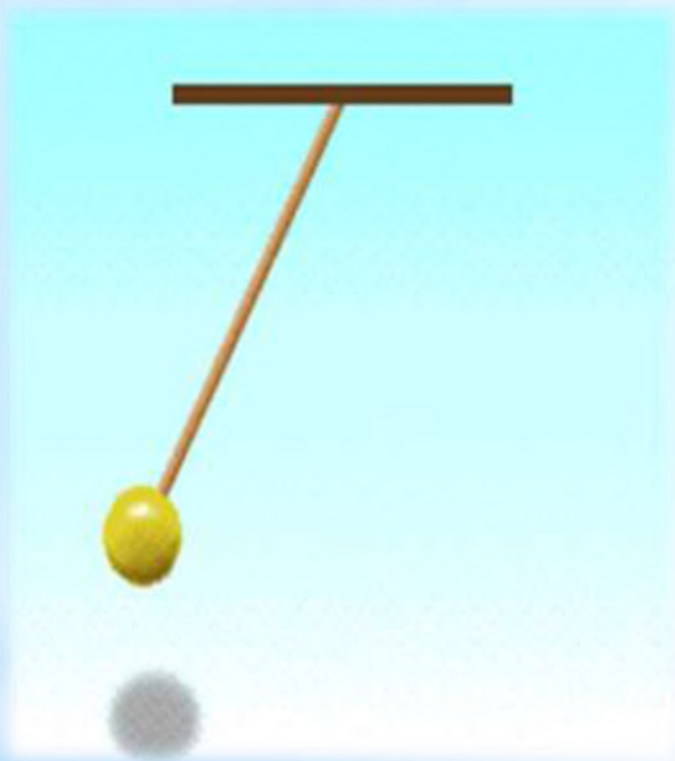
Резонанс (фр. resonance, от лат. resono «откликаюсь») — частотно-избирательный отклик колебательной системы на периодическое внешнее воздействие, который проявляется в резком увеличении амплитуды стационарных колебаний при совпадении частоты внешнего воздействия с определёнными значениями, характерными для данной системы. Для линейных колебательных систем значения частот резонанса совпадает с частотами собственных колебаний, а их число соответствует числу степеней свободы.



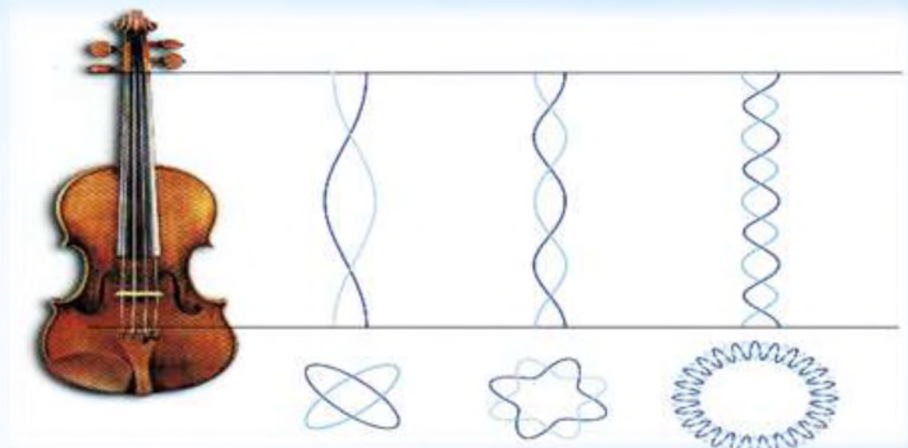
Из истории

Явление резонанса
впервые было описано
Галилео Галилеем в
1602 г. в работах,
посвященных
исследованию
маятников и
музыкальных струн





Маятник



Музыкальные
СТРУНЫ

Электроника

В электронных устройствах резонанс возникает на определённой частоте, когда индуктивная и ёмкостная составляющие реакции системы уравновешены, что позволяет энергии циркулировать между магнитным полем индуктивного элемента и электрическим полем конденсатора.

Механизм резонанса заключается в том, что магнитное поле индуктивности генерирует электрический ток, заряжающий конденсатор, а разрядка конденсатора создаёт магнитное поле в индуктивности — процесс, который повторяется многократно, по аналогии с механическим маятником.

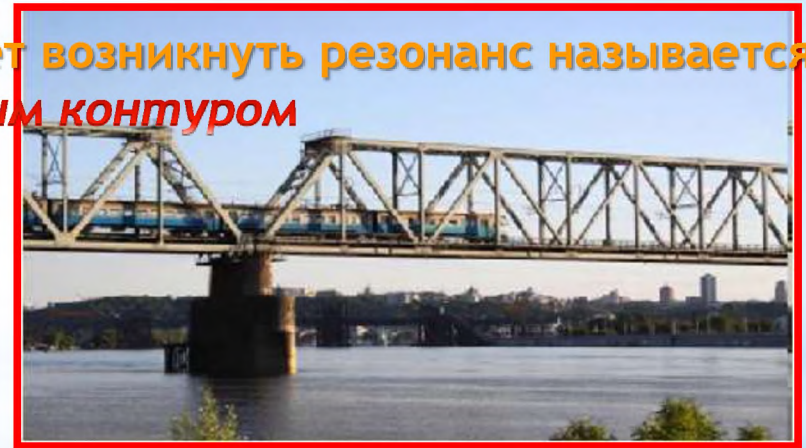
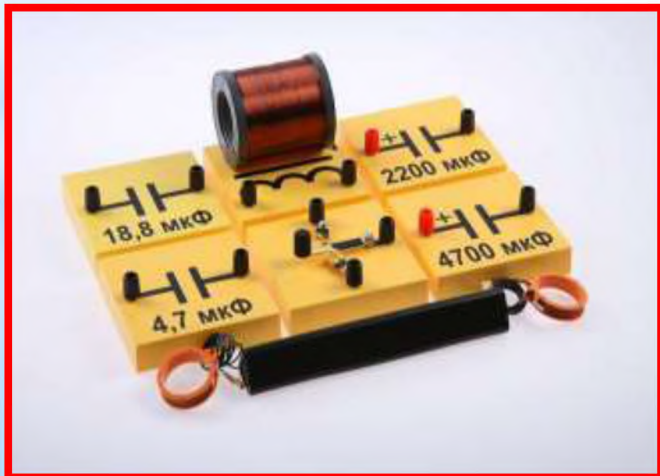
Общие положения резонансных явлений в цепях переменного тока

Амплитуды колебаний токов и напряжений в цепях переменного тока зависят от многих факторов: параметров цепи, амплитуды приложенного (входного) напряжения, и самое главное, при наличии в цепи реактивных элементов они зависят от частоты приложенного напряжения (воздействия)

Резонанс является одним из самых

распространенных в природе физических явлений

Электрическая цепь в которой может возникнуть резонанс называется колебательным контуром



Явление резонанса можно наблюдать в механических, электрических и даже тепловых системах.

1. Резонанс напряжений. Параметры и частотные характеристики колебательного контура

Резонанс напряжений возможен на участке ЭЦ, содержащей последовательно соединенные : резистивный - R , индуктивный - L и емкостной - C элементы.



Действующее значение тока в цепи

$$\dot{I} = I(j\omega) = I \cdot e^{j\varphi_I} = \frac{U \cdot e^{j\varphi_U}}{Z \cdot e^{j\varphi_Z}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} e^{j\varphi_I} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} e^{j\varphi_I}$$

$$Z = Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \varphi_Z(\omega) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}, & (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}) > 0 \\ -\operatorname{arctg} \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}, & (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}) < 0 \end{cases}$$

**Модуль полного
сопротивления цепи**

Аргумент Z характеризует сдвиг фаз между U и I

Режим работы колебательного контура, содержащего последовательно соединенные резистивный - R, индуктивный - L и емкостной - C элементы, при котором ток в контуре и приложенное к контуру напряжение совпадают по фазе называется **резонансом напряжений**

$$I = I(\omega) = \frac{U}{Z(\omega)} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \rightarrow \max$$

Частота входного воздействия ω при которой реактивная составляющая входного сопротивления равна нулю называется **резонансной частотой - ω_0**

При резонансе $\varphi = 0$, если $X = X_L - X_C = \omega L - 1/\omega C = 0$, что может быть выполнено лишь для некоторой частоты $\omega = \omega_0$.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Leftrightarrow \omega_0^2 LC = 1 \quad I_0 = I(\omega_0) = I_{\max} = \frac{U}{R}$$

Таким образом, в последовательном контуре из множества токов с различными частотами выделяется ток, только одной определенной частоты – ток резонансной частоты

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \rightarrow \text{или} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Реактивные сопротивления контура на резонансной частоте ω_0 равны друг другу.

$$X_L(\omega_0) = X_C(\omega_0) = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \rightarrow \text{Ом}$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \rightarrow \text{Ом}$$

Характеристическое (волновое)
сопротивление контура

Резонансные свойства (избирательность) контура характеризуются добротностью

$$Q = \frac{\rho}{R} \text{ или } d = \frac{1}{Q}$$

Пример: Пусть $U = 12 \text{ В}$, $X_L(\omega_0) = X_C(\omega_0) = 500 \text{ Ом}$, $R = 6 \text{ Ом}$.

Значение тока на резонансной частоте

$$I^0 = \frac{U}{R} = \frac{12}{6} = 2 \text{ А} \quad U_{C0} = I_0 \cdot X_C(\omega_0) = U_{L0} = I_0 \cdot X_L(\omega_0) = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ В}$$

$$U_{R0} = I_0 R = 2 \cdot 6 = 12 \text{ В}, \rightarrow \text{т. е.} \rightarrow U_C(\omega_0) = U_L(\omega_0) \gg U_{R0}$$

Физический смысл добротности

$$\frac{U_L(\omega_0)}{U} = \frac{U_C(\omega_0)}{U} = \frac{I_0 \cdot \omega_0 L}{U} = \frac{I_0}{U \cdot \omega_0 C} = \frac{\sqrt{L \cdot C}}{R \cdot C} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C} \cdot R} = \frac{\rho}{R} = Q$$

Добротность показывает, во сколько раз резонансные напряжения на реактивных элементах превышают приложенное напряжение \Rightarrow отсюда и возник термин «резонанс напряжений»

Частотные характеристики последовательного контура

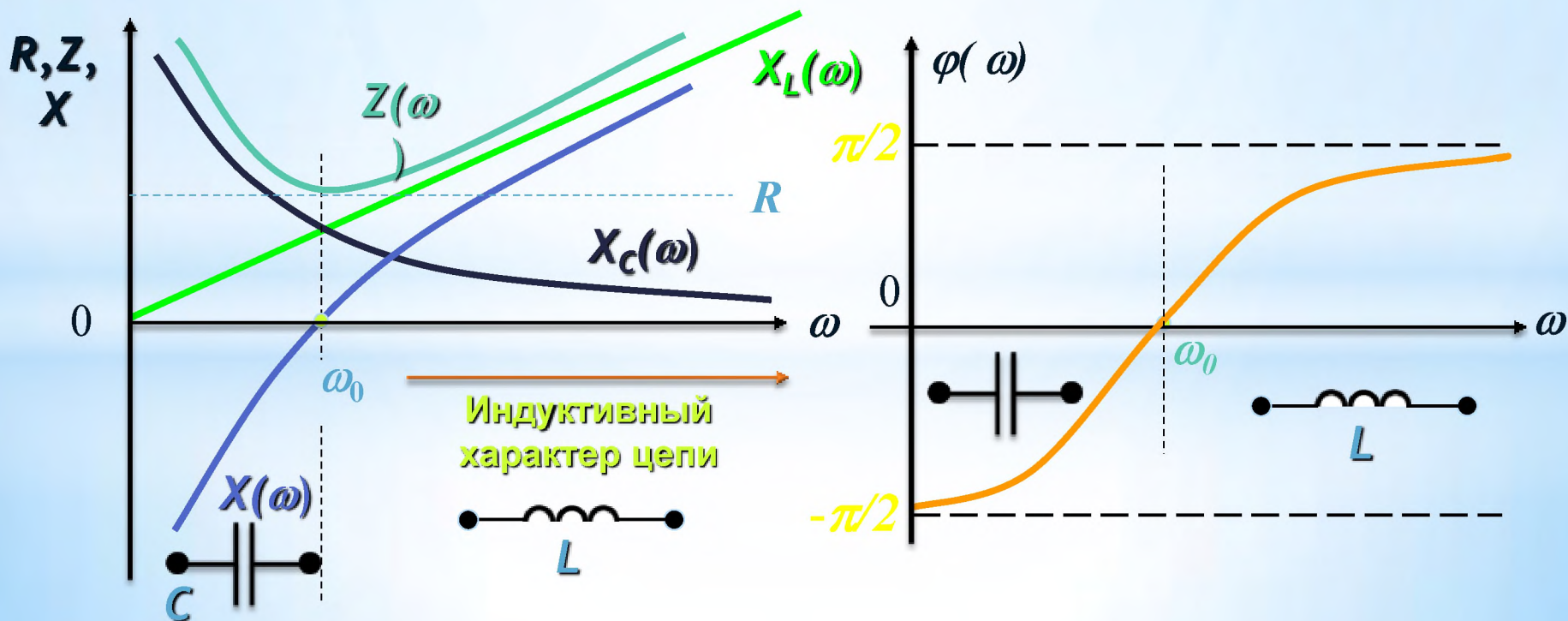
Анализ характера уравнений напряжений и токов в RLC цепи показывает, что они все являются частотно-зависимыми.

$$X_L(\omega) = \omega L, \rightarrow X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C}, \rightarrow X(\omega) = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \rightarrow \varphi(\omega) = \arctg \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$$



$X_L(\omega), X_C(\omega), X(\omega), Z(\omega) \Rightarrow$ частотные характеристики цепи,
 $\varphi(\omega) \Rightarrow$ фазочастотная характеристика цепи



Рассмотрим частотные зависимости действующих значений тока в цепи и напряжений на реактивных элементах контура.

$$I(\omega) = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}; \quad \text{max} \rightarrow I_0 = I_{\max} = \frac{U}{R}, \rightarrow \text{при} \rightarrow \omega = \omega_0$$

Экстремумы на частоте

$$U_L(\omega) = I(\omega)X_L(\omega) = \frac{U \cdot \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}; \quad \text{max} \rightarrow \omega_{L0} = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{2Q^2}}} > \omega_0$$

$$U_C(\omega) = I(\omega)X_C(\omega) = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}; \quad \text{max} \rightarrow \omega_{C0} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_0$$

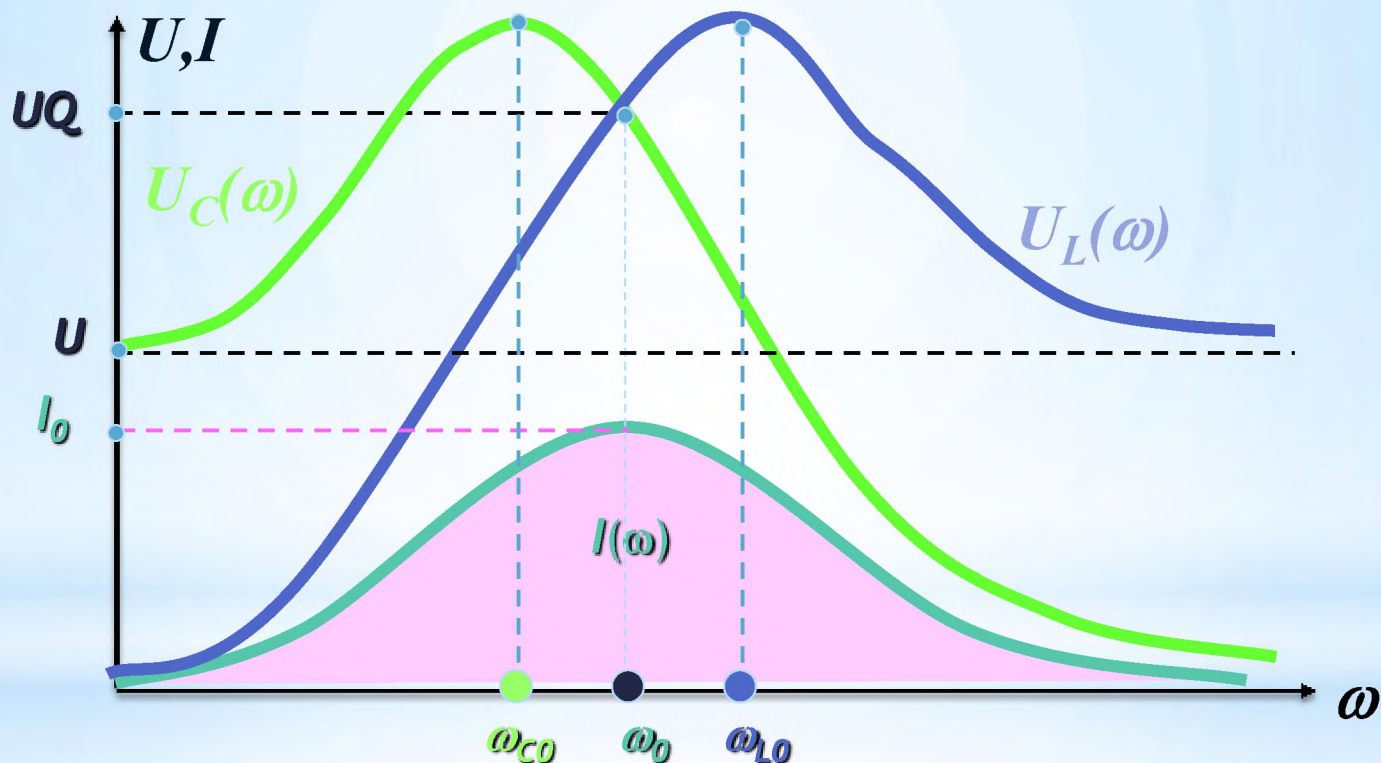
Зависимости $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ - называются амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ) относительно тока и напряжений, или резонансными характеристиками.

Для нахождения экстремумов $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ необходимо:

$$\frac{\partial U_L(\omega)}{\partial \omega} = 0 \quad \text{↕} \quad \frac{\partial U_C(\omega)}{\partial \omega} = 0$$

На частотах ω_{L0} и ω_{C0} напряжения на реактивных элементах контура примут максимальное значение.

$$U_{C\max}(\omega_{C0}) = U_{L\max}(\omega_{L0}) = \frac{2 \cdot U \cdot Q^2}{\sqrt{4Q^2 - 1}} = \frac{2U}{d\sqrt{4 - d^2}}$$



С увеличением добротности контура (уменьшением затухания) частоты ω_{L0} и ω_{C0} сближаются с резонансной частотой ω_0 , при этом I_0 , $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ возрастают и кривые становятся острее.

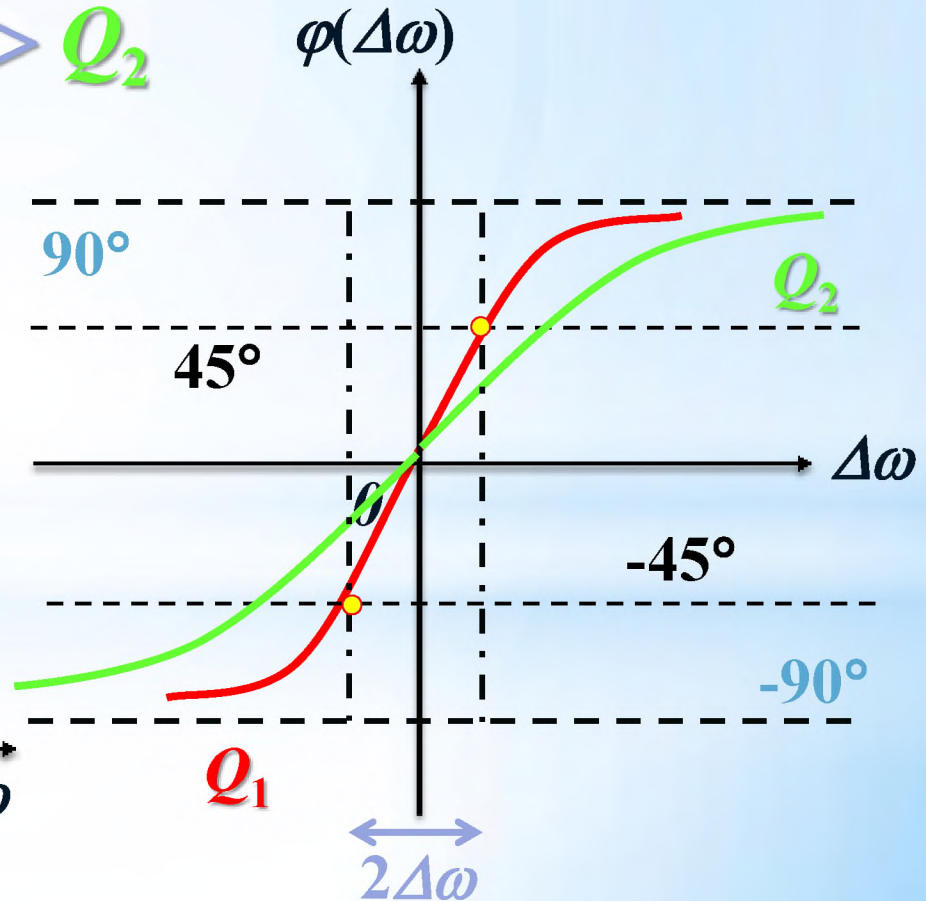
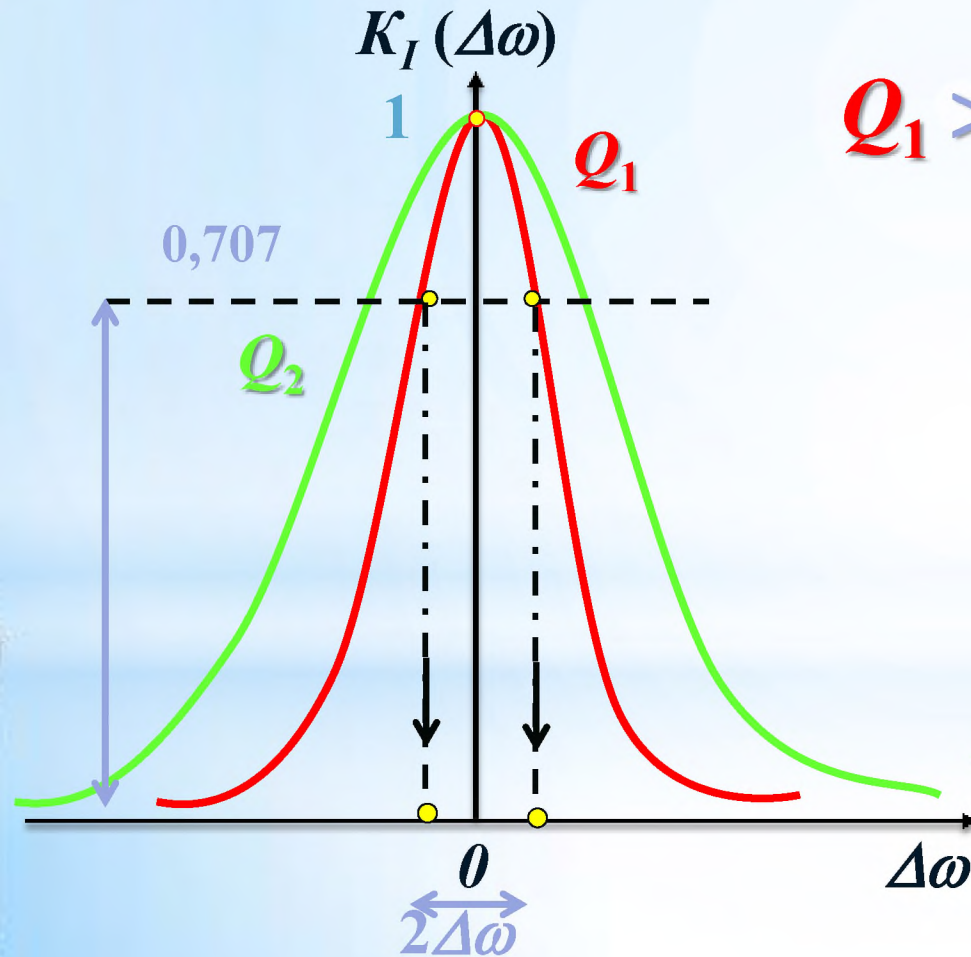
АЧХ контура

$$K_I(\Delta\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2 \cdot Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}}}$$

ФЧХ контура

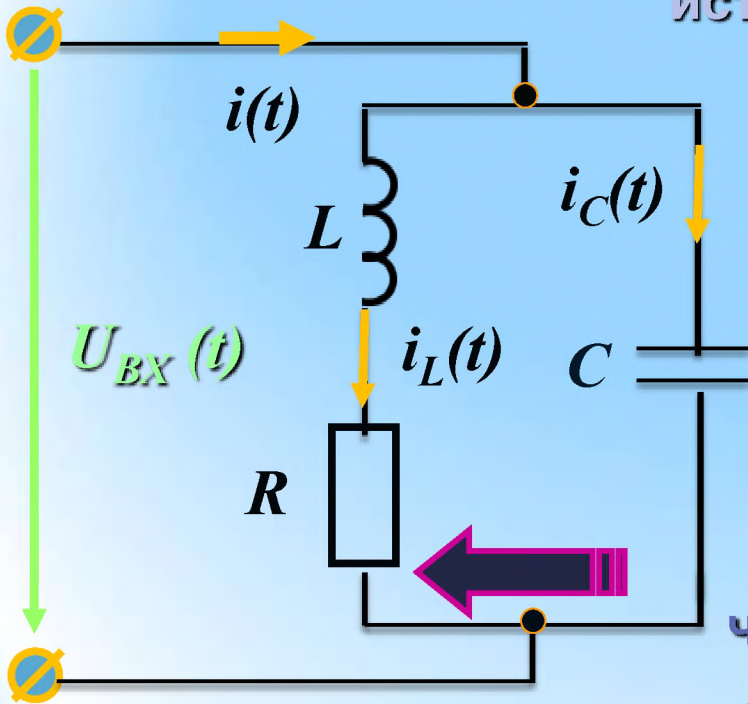
$$\varphi(\Delta\omega) = \text{arctg} \left(2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)$$

$Q_1 > Q_2$



2. Резонанс токов. Параметры и частотные характеристики колебательного контура

Резонанс токов возможен на участке ЭЦ, в которой катушка индуктивности – L и конденсатор – C включены параллельно источнику сигнала



Сопrotивление $R \rightarrow$ потери в контуре

Полное сопротивление контура

$$Z_K(j\omega) = \frac{(R + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Вблизи резонансной частоты ω_p и большой добротности контура

$$X_L(\omega_p) = \omega_p L \gg R$$

$$Z_K(j\omega) = \frac{(R + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{L/C}{R[1 + j(\omega L - 1/\omega C)]} = \frac{\rho^2}{R \cdot (1 + j \frac{2Q\Delta\omega}{\omega_p})}$$

$$Z_K(j\omega) = \frac{R_0}{(1 + j \frac{2Q\Delta\omega}{\omega_P})}$$

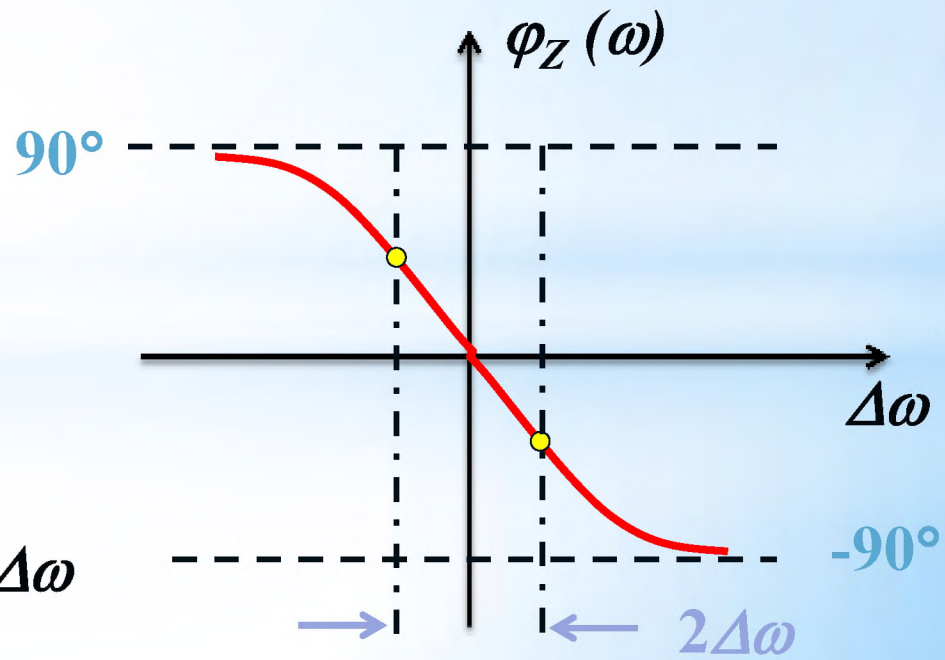
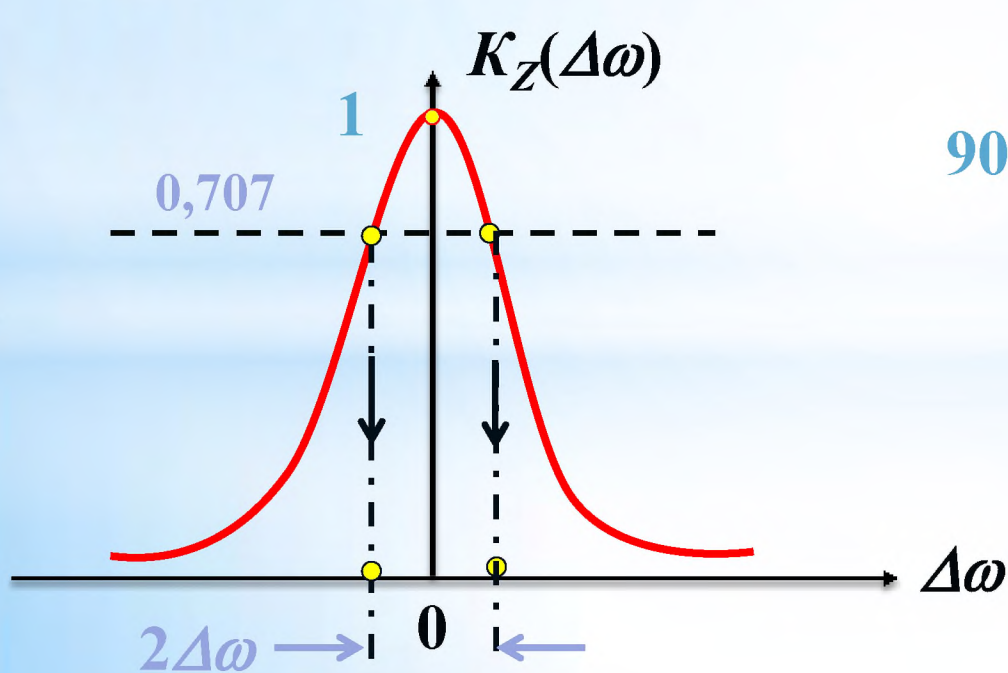
где

$$R_0 = \frac{\rho^2}{R} = \rho \cdot Q = R \cdot Q^2$$

резонансное сопротивление контура

Аналитически АЧХ контура отражается зависимостью нормированного сопротивления модуля входного сопротивления от абсолютной расстройки

$$K_Z(\Delta\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 + (\frac{2Q\Delta\omega}{\omega_P})^2)}}$$



Ток в неразветвленной части цепи

$$I_0 = U \cdot G_0 = \frac{U}{R_0}$$

R_0 – эквивалентное резонансное сопротивление контура

Режим работы участка цепи с параллельными ветвями, при котором ток в неразветвленной части и напряжение на выводах контура совпадают по фазе называется **резонансом токов**

Токи в параллельных ветвях цепи при резонансе

$$I_L(\omega_0) = \frac{U}{X_L(\omega_0)} = \frac{U}{\sqrt{L/C}} = \frac{U}{\rho}$$

Ток в индуктивной ветви

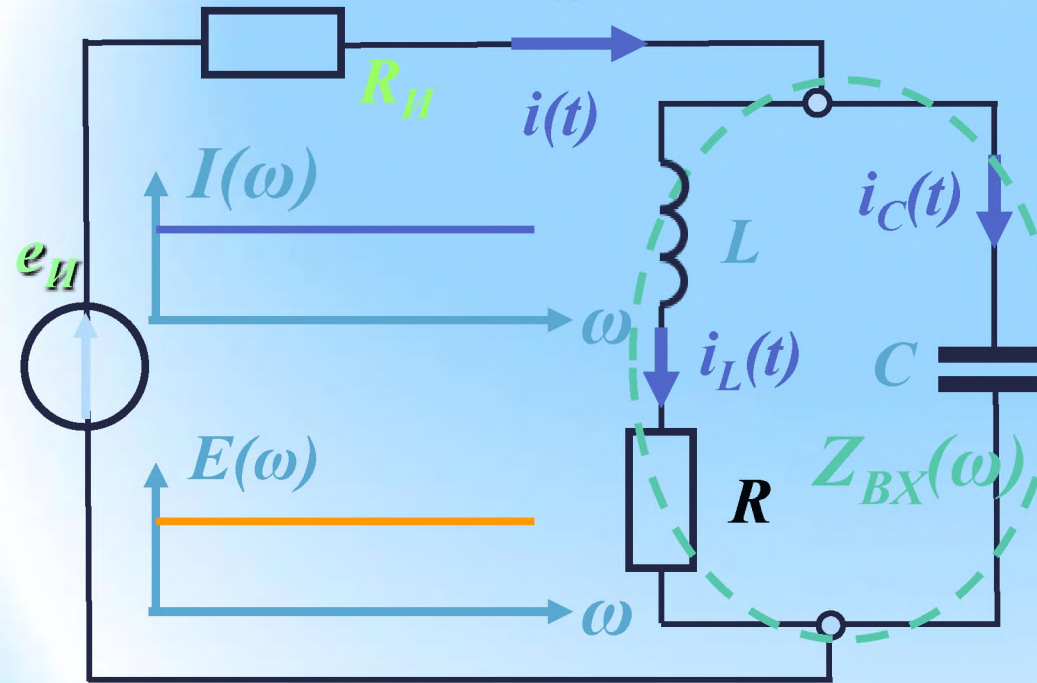
Ток в емкостной ветви

$$I_C(\omega_0) = \frac{U}{X_C(\omega_0)} = \frac{U}{\sqrt{L/C}} = \frac{U}{\rho}$$

$$\frac{I_L(\omega_0)}{I(\omega_0)} = \frac{I_C(\omega_0)}{I(\omega_0)} = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = \frac{\rho}{R} = Q$$

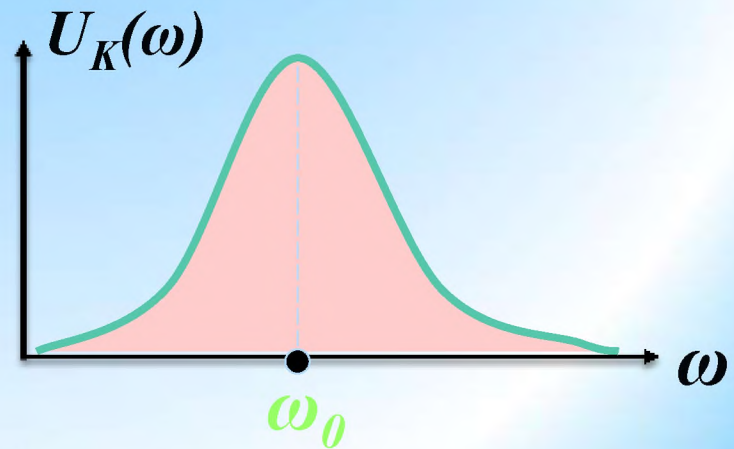
Отсюда возник термин «резонанс токов»

В реальном параллельном колебательном контуре резонансные избирательные характеристики зависят от соотношения сопротивления контура $Z_{BX}(\omega)$ и внутреннего сопротивления R_{II} источника входного сигнала



Сопротивление контура $Z_{BX}(\omega)$ совместно с внутренним сопротивлением источника R_{II} образуют делитель напряжения

1) При $R_{II} > Z_{BX}(\omega)$

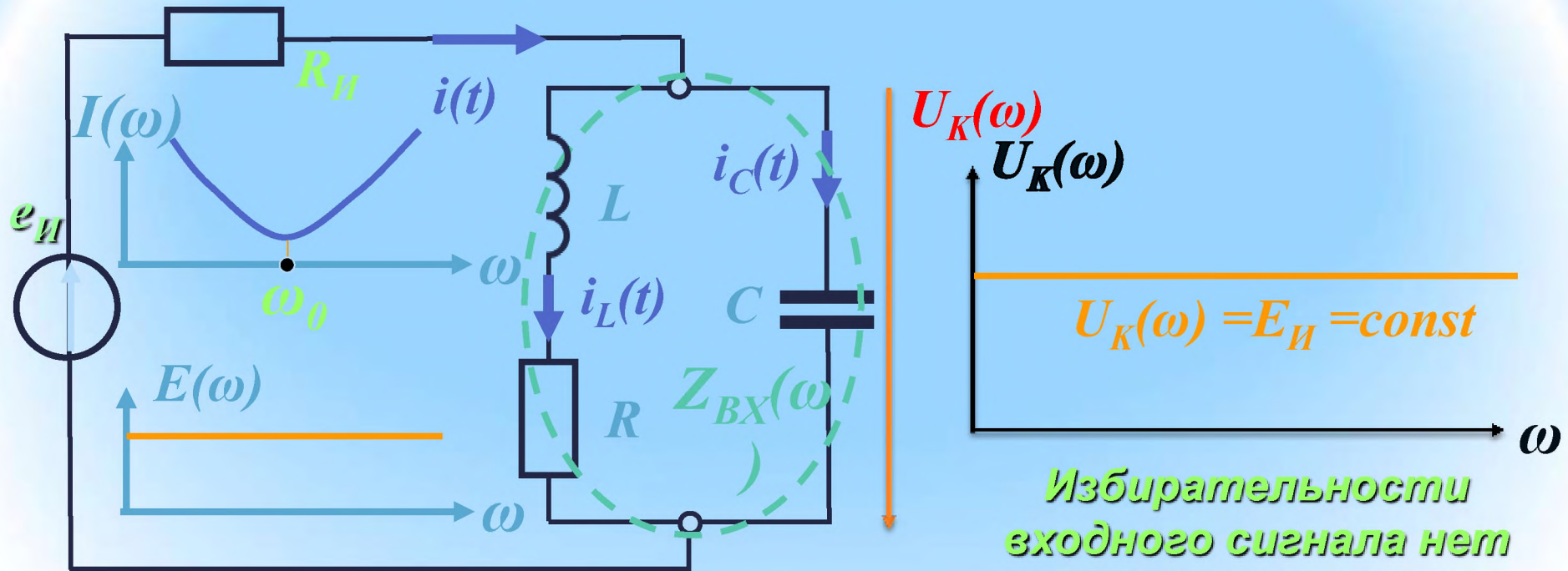


$$I(\omega) = \frac{e_{II}}{R_{II} + Z_{BX}(\omega)} \approx \frac{e_{II}}{R_{II}} \rightarrow const$$

$$U_K(\omega) = \frac{e_{II}}{R_{II}} \cdot Z_{BX}(\omega) \rightarrow var \quad K_{дн}(\omega) = \frac{Z_{BX}(\omega)}{R_{II}} \rightarrow мал$$

Необходимо усиление $U_K(\omega)$

2) При $R_{II} < Z_{BX}(\omega)$



Избирательности
входного сигнала нет

Параллельный
колебательный
контур включают в
цепи, обладающие

$$R_{II} \gg Z_{BX}(\omega)$$

$$I(\omega) = \frac{e_{II}}{R_{II} + Z_{BX}(\omega)} \approx \frac{e_{II}}{Z_{BX}(\omega)} \rightarrow \text{var}$$

$$U_K(\omega) = \frac{e_{II}}{Z_{BX}(\omega)} \cdot Z_{BX}(\omega) = e_{II} = \text{const}$$

3. Полоса пропускания колебательного контура

Способность колебательного контура выделять сигналы заданной частоты и уменьшать (подавлять) сигналы всех других частот называется избирательностью

Контур с лучшей избирательностью обладает большей добротностью

Избирательность характеризуется формой амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) контура

Полосой пропускания называется область частот, вблизи резонансной частоты, в пределах которой и модуль коэффициента передачи уменьшается в заданное число раз (чаще всего в $\sqrt{2}$ раз).

□ Последовательный колебательный контур

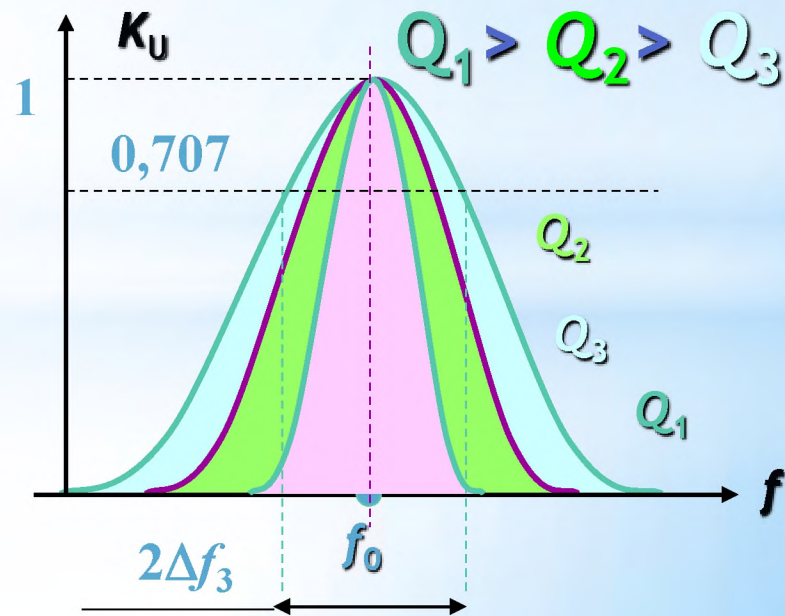
Нормированная АЧХ ($U_{\text{вых}} = U_c$)

$$K_U = \frac{K(f)}{K(f^0)} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2Q\Delta f / f_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + E^2}}$$

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{f_0 \cdot R}{p} \rightarrow [\text{Гц}]$$

Полоса пропускания

$$2\Delta f \uparrow = \frac{f_0}{Q} = \frac{f_0 \cdot (R + R_H) \uparrow}{\rho} \rightarrow \frac{f_0 \cdot (R + R_i)}{\rho}$$

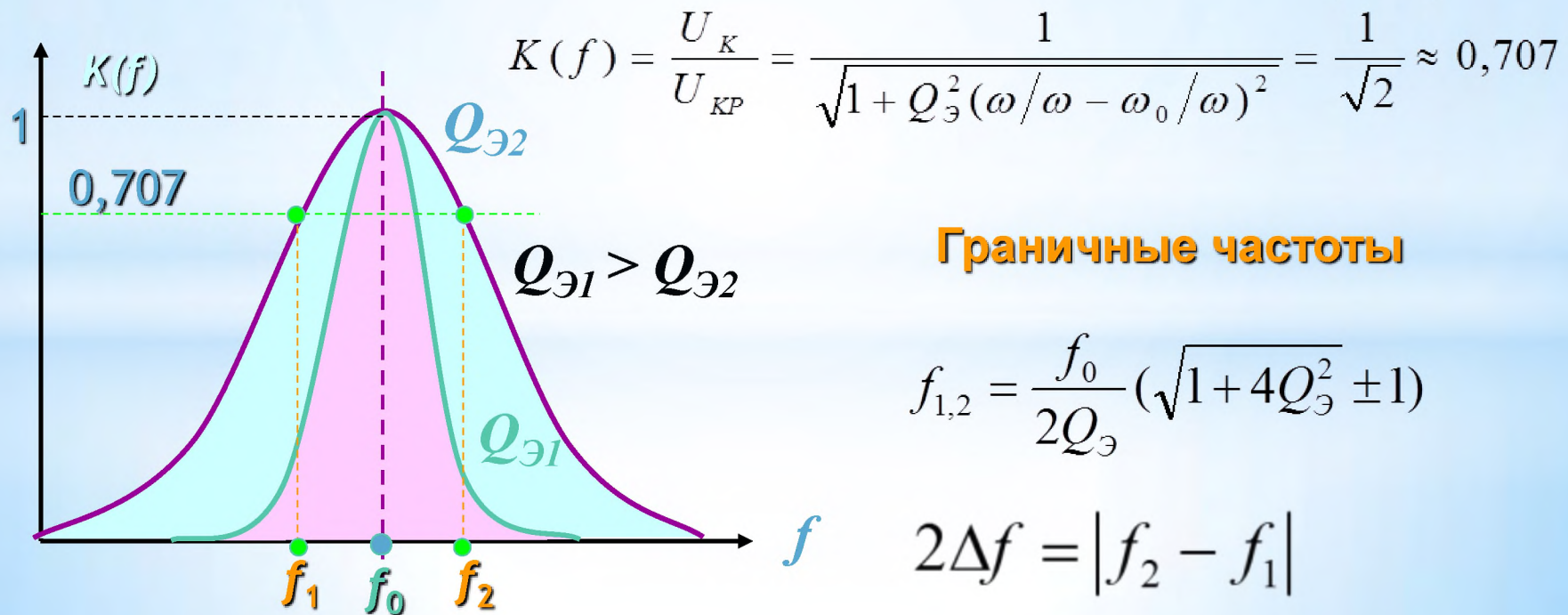


□ Параллельный колебательный контур

Обобщенная расстройка $\xi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$

Полоса пропускания параллельного контура определяется

$$2\Delta f = \frac{f_P}{Q_{\text{Э}}} = \frac{f_0 \cdot (1 + R_{0\text{Э}}/R_i)}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\rho}{R}; Q_{\text{Э}} = \frac{Q}{1 + R_{0\text{Э}}/R_i}$$



Граничные частоты

$$f_{1,2} = \frac{f_0}{2Q_{\text{Э}}} \left(\sqrt{1 + 4Q_{\text{Э}}^2} \pm 1 \right)$$

Расширение полосы пропускания

На практике в ряде случаев требуется существенно расширить полосу пропускания контура, не изменяя его резонансной частоты.

$(Q \downarrow \rightarrow R)$ или $(\rho \downarrow)$ - применяется редко \rightarrow необходимо изменять

одновременно L и C

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{f_0 \cdot R}{\rho} \rightarrow [\Gamma \mathcal{U}] \quad \longleftrightarrow \quad 2\Delta f = \frac{f_P}{Q_{\mathcal{E}}} = \frac{f_P}{Q_{\mathcal{E}}}$$

Практически часто уменьшают добротность за счет увеличения активного контура двумя путями:

- шунтированием контура резистором $R_{\text{ш}}$ (параллельный КК)
- введением в контур добавочного сопротивления $R_{\text{д}}$ (последовательный КК);

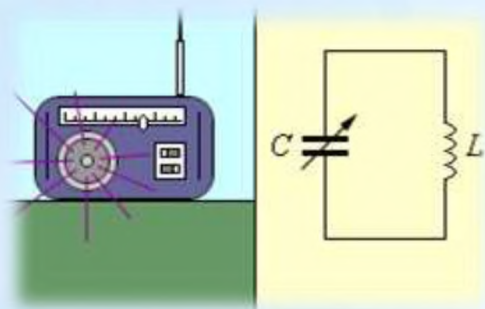
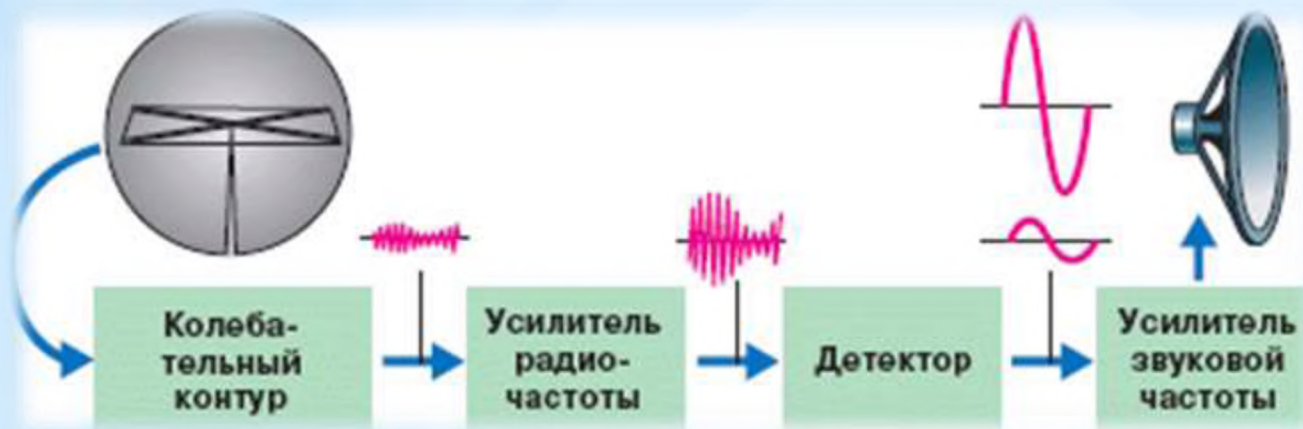
Сопротивление добавочного резистора рассчитывают по формуле

$$R_{\text{д}} = \frac{2\Delta f_{\text{ТРЕБ}} \cdot \rho}{f_0}$$

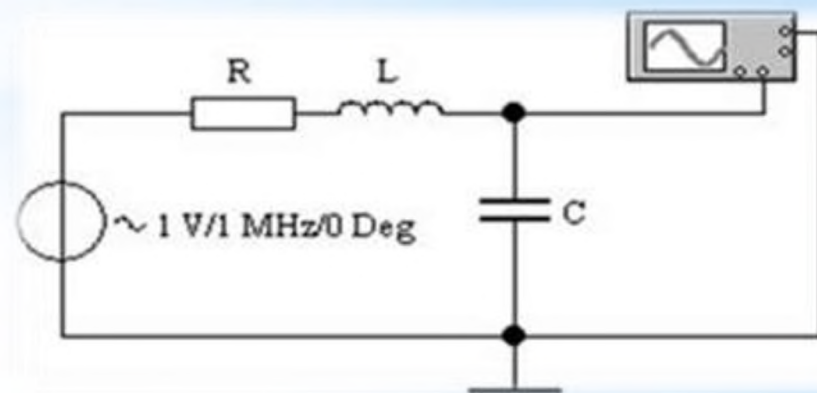
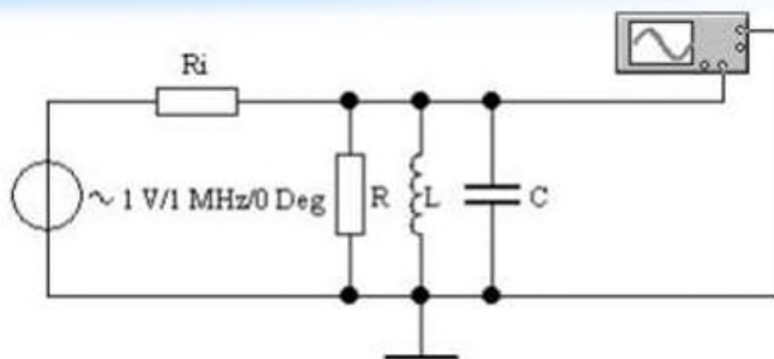
Подключение к контуру шунтирующего резистора $R_{\text{ш}}$ эквивалентно включению последовательно с элементами контура добавочного резистора $R_{\text{д}}$

$$R_{\text{ш}} = \frac{\rho^2}{R_{\text{д}}} \quad \longleftrightarrow \quad R_{\text{д}} = \frac{\rho^2}{R_{\text{ш}}}$$

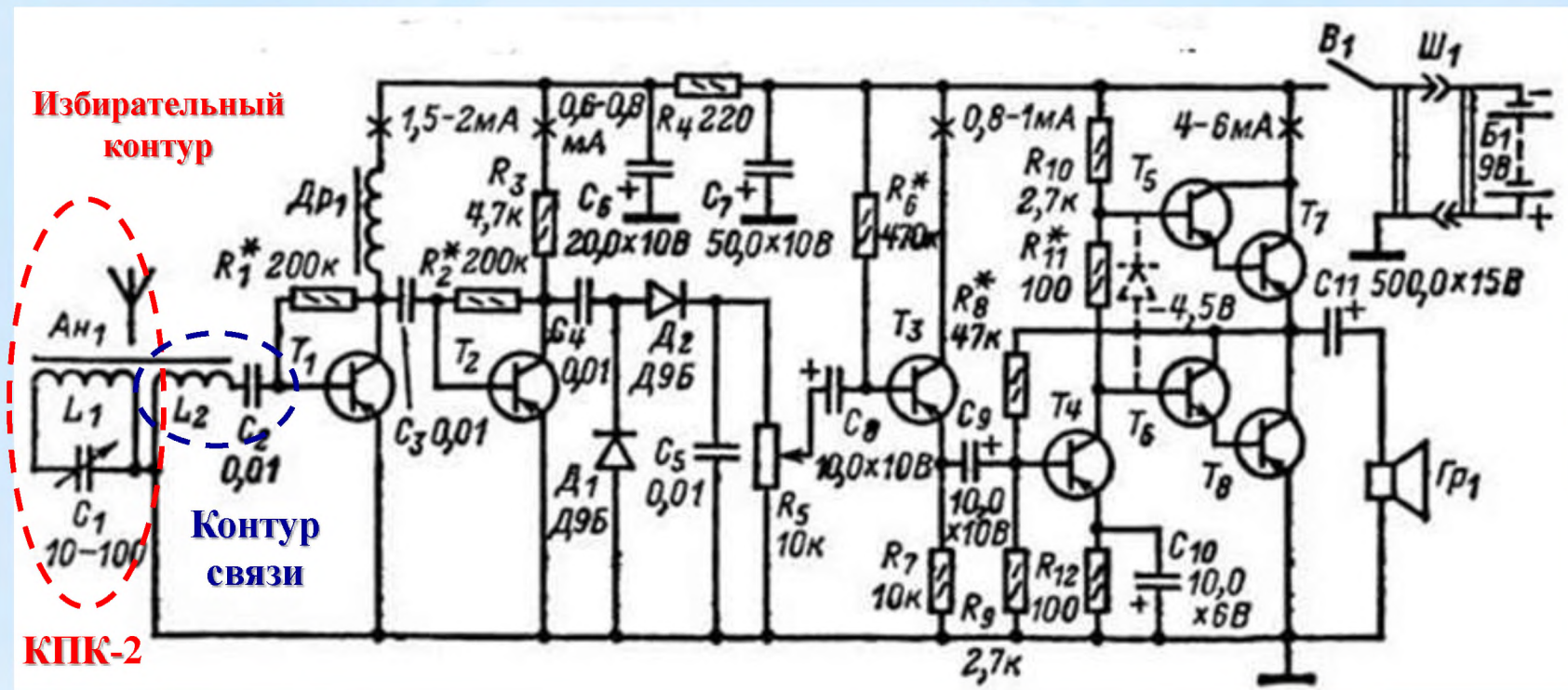
Практические схемы входных избирательных цепей приемных устройств электроники



Модели для исследования избирательных входных цепей (контуров)

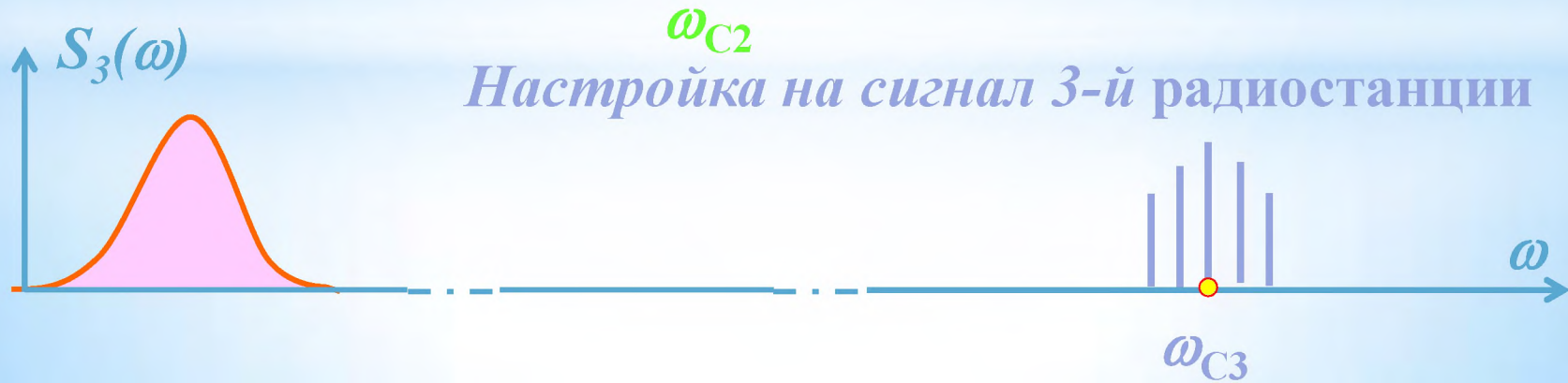
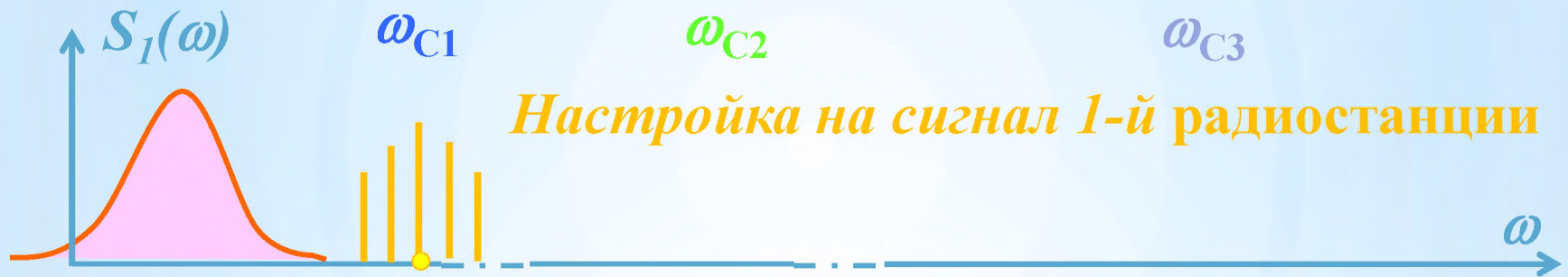
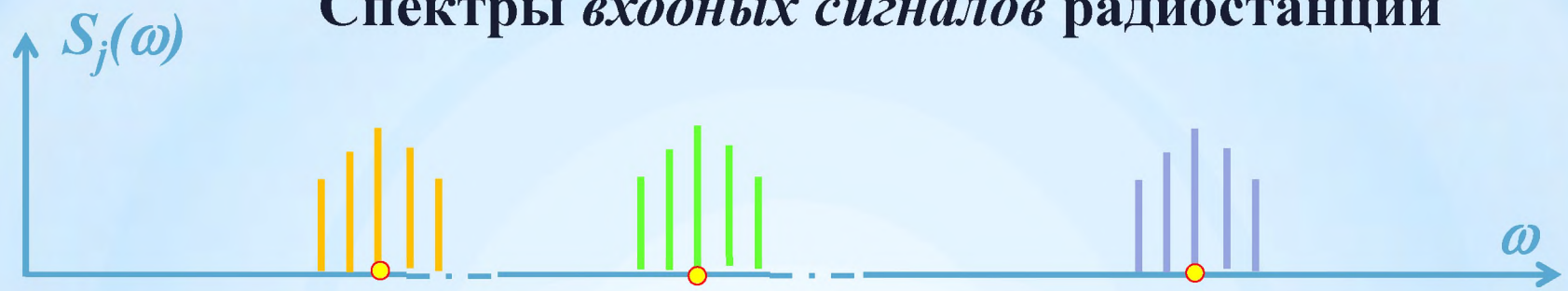


Однодиапазонный КВ приемник



Входной контур приемника, может быть настроен на частоты 3-х радиостанций, образует катушка **L1** магнитной антенны **Ан1** и конденсатор переменной емкости **C1**. Через катушку связи **L2** и разделительный конденсатор **C2** сигнал радиостанции, на которую настроен контур магнитной антенны, подается на базу транзистора **T1** первого каскада усилителя высокой частоты.

Спектры входных сигналов радиостанций



Список литературы

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Резонанс_токов
2. http://msk.edu.ua/ivk/Fizika/Konspekt/rezonans_v_elektricheskoj_cepi.php
3. http://studopedia.ru/7_97289_rezonans-tokov-uslovie-ego-vozniknoveniya-osobennosti.html
4. <http://www.myshared.ru/slide/489360>
5. <http://ppt-online.org/41105>
6. <http://festival.1september.ru/articles/577340/>
7. http://mypresentation.ru/presentation/peremennyj_elektricheskiy_tok_rezonans_v_elektricheskoj_cepi