

# Калужский филиал ПГУПС

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических занятий

по учебной дисциплине

*Техническая механика*

программы подготовки специалистов среднего звена

по специальности СПО

*23.02.04 Техническая эксплуатация подъемно-*

*транспортных, строительных, дорожных машин и*

*оборудования*

*(по отраслям)*

Базовая подготовка

**ТЕМА: "Выполнение расчетов на прочность при изгибе."**

Составил: преподаватель Степанян М.Г.

2016

**одобрено**

**цикловой комиссией  
общепрофессиональных  
дисциплин**

\_\_\_\_\_  
**Председатель \_\_\_\_\_ В.В. Купрянова**

**Пр. № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2015г.**

**Разработчик:**

**Калужский филиал МИИТ**

**преподаватель М. Г. Степанян**

## Содержание

1. Введение	2
2. Краткие теоретические сведения.	2
3. Последовательность решения задачи	6
4. Литература.	9

## 1. Введение

Методическое пособие предназначено для проведения практического занятия: решение задач на определение главного вектора и главного момента. Для проведения практического занятия студенты должны предварительно подготовиться к проведению занятия: повторить теоретический материал, изучить содержание работы и порядок ее выполнения. После окончания практического занятия необходимо составить отчёт, защитить его и получить оценку преподавателя.

### **Теоретический материал.**

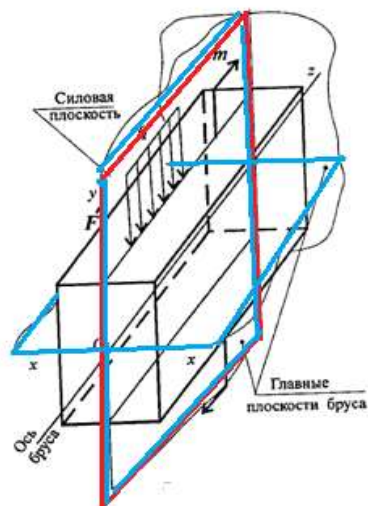
**Чистым изгибом называется** деформация, при которой в поперечном сечении бруса возникает только изгибающий момент.

Деформация чистый изгиб возникает в том случае, если к прямому брусу в плоскости, проходящей через ось бруса, приложить две равные по величине и противоположные по знаку пары сил.

**Поперечным изгибом называется** деформация, при которой в поперечном сечении бруса возникает изгибающий момент поперечная сила.

Деформация поперечный изгиб возникает в том случае, если к прямому брусу приложены активные и реактивные силы, перпендикулярные оси бруса.

Пусть брус, закрепленный справа, нагружен внешними силами и



МОМЕНТОМ.

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты **называется силовой плоскостью**.

Если все силы лежат в одной плоскости. То изгиб называется прямым.

Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения бруса, **называется главной плоскостью бруса**.

Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью бруса, **изгиб называется прямым**.

## 2

Для определения внутренних силовых факторов используют метод сечения.

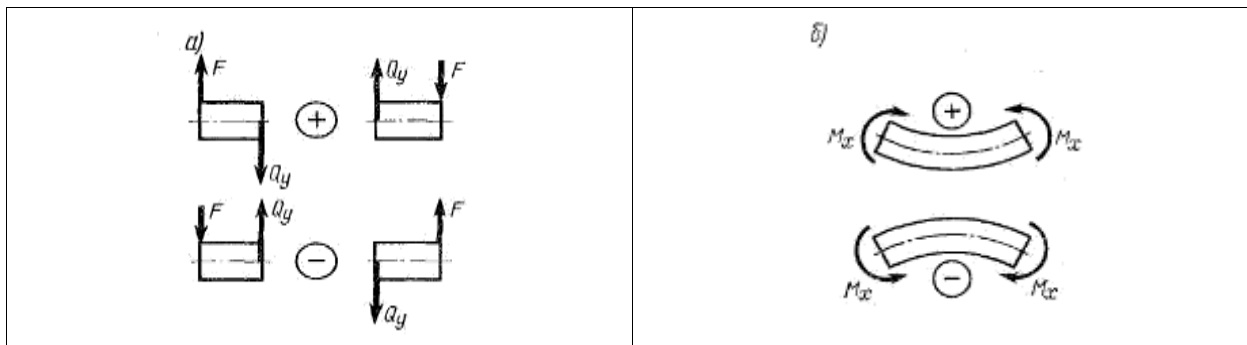
При прямом поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникает два внутренних силовых фактора – поперечная сила  $Q_y$  и изгибающий момент  $M_x$ .

**Поперечная сила**, возникающая в произвольном поперечном сечении, численно равна алгебраической сумме всех внешних сил, действующих справа или слева от сечения.  $Q_y = \sum F_i$ .

**Изгибающий момент** в произвольном поперечном сечении численно равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести сечения всех внешних сил, действующих справа или слева от сечения.  $M_x = \sum M_i$

**Правило знаков для силы:**

- **Если внешняя сила  $F$** , стремится повернуть рассматриваемую часть балки по часовой стрелки, то поперечная сила будет положительной;
- **Если внешняя сила  $F$** , стремится повернуть рассматриваемую часть балки против часовой стрелки, то поперечная сила будет отрицательной (рисунок а).



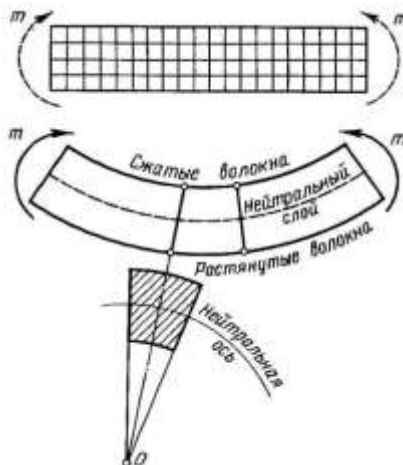
**Правило знаков для момента:**

- **Если внешняя нагрузка** стремится изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент будет положительный;

- **Если внешняя нагрузка** стремится изогнуть балку выпуклостью вверх, то изгибающий момент будет отрицательным.

3

### **Нормальные напряжения при чистом изгибе.**



При деформации изгиба:

- Поперечные прямые линии остаются прямыми, но повернутся навстречу друг другу;
- Продольные прямые линии и ось бруса искривятся;
- Сечения бруса расширятся в поперечном направлении на вогнутой стороне и сузятся на выпуклой стороне.

Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения **называется нейтральной осью**.

При чистом изгибе волокна, лежащие на выпуклой стороне, растягиваются, а лежащие на вогнутой стороне – сжимаются, а на границе лежит нейтральный слой, волокна которого только искривляются, не изменяя своей длины. Поэтому при чистом изгибе в поперечном сечении бруса возникают только нормальные напряжения, неравномерно распределенные по сечению, из-за искривления волокон и оси бруса.

Относительное удлинение при изгибе прямо пропорционально

расстоянию до нейтральной оси  $\epsilon = \frac{y}{\rho}$ .

Для вычисления нормальных напряжений при изгибе используем

закон Гука:  $\sigma = E \cdot \epsilon = E \frac{y}{\rho}$ . Эта зависимость определяет линейный закон распределения нормальных напряжений по сечению балки. По ширине балки напряжения постоянны. Наибольшего значения они

достигают в точках сечения, наиболее удаленных от нейтральной оси. В точках нейтральной оси напряжения равны нулю.

Нормальные напряжения вычисляются по формуле:  $\sigma = \frac{M_u \cdot y}{I}$ , где  $I$ - осевой момент инерции. Для сечения разных форм есть формула.

4


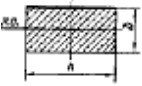
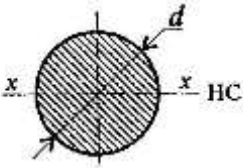
Максимальное значение нормальные напряжения возникают с волокон, наиболее удаленных от нейтральной оси:

$$\sigma_{max} = \frac{M_u \cdot y_{max}}{I} = \frac{M_u}{\frac{I}{y_{max}}} = \frac{M_u}{W}$$

, где  $W$ - момент сопротивления изгибу.

Единица измерения  $[W] = m^3$ .

Определим моменты сопротивления изгибу наиболее распространенных сечений:

сечение	рисунок	формула
Прямоугольник $b \times h$		$W = \frac{b h^2}{6}$
Прямоугольник $h \times b$		$W = \frac{h b^2}{6}$
Круг диаметром $d$		$W = \frac{\pi d^3}{32}$

### **Расчеты на прочность при изгибе.**

Проверку прочности и подбор сечений балок обычно проводят исходя из следующего условия: наибольшие нормальные напряжения в поперечных сечениях не должны превышать допускаемые напряжения на растяжение и сжатие.

Для балок из материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию (сталь и дерево), следует выбирать сечение, симметричное относительно нейтральной оси. В этом случае условие прочности по

нормальным напряжениям имеет вид:  $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma]$ .

С помощью условия прочности при изгибе можно решить три задачи:

- **Проверочный расчет на прочность** производится в том случае, если известны размеры поперечного сечения, наибольший изгибающий момент и допускаемое напряжение;
- **Проектный расчет на прочность** производится в том случае, когда заданы действующие на балку нагрузки и необходимо определить размеры поперечного сечения для определенной формы сечения.
- **Определение наибольшей допускаемой нагрузки.**

*Наиболее выгодные такие сечения, которые дают наибольший момент сопротивления при наименьшей площади.*

**Последовательность решения задач при расчетах на прочность:**

- Освобождаем балку от опор, а действие опор заменяем реакциями опор.
- Определяем реакции опор балки (по двум уравнениям моментов: одно – относительно левой опоры, второе – относительно правой), а затем обязательно проверить правильность решения по уравнению проекций на ось, перпендикулярную балке;
- Определяем характерные сечения балки (сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты, включая опорные сечения).
- Строим эпюру поперечных сил, для чего вычисляем значения поперечных сил в характерных сечениях.
- Строим эпюру изгибающих моментов, для чего определяем значение изгибающих моментов в характерных сечениях.
- По эпюре изгибающих моментов определить расчетный (наибольший по абсолютному значению) изгибающий момент, выразив его в Нмм.
- В выражении условия прочности  $\sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$  принять  $[\sigma]$  и определить требуемый осевой момент сопротивления поперечного сечения балки;
- Выразить значение  $W_x$  в мм<sup>3</sup> (при подстановке в расчетную формулу  $W_x = \frac{M_x}{[\sigma]}$  значения  $M_x$  выражаются в Нмм, а значения  $[\sigma]$  – в Н/мм<sup>2</sup>, результат получим в мм<sup>3</sup>) и с помощью таблиц



соответствующих ГОСТов по найденному значению  $W_x$  подобрать необходимый номер профиля швеллера (ГОСТ 8240-72) или двутавра (ГОСТ 8239-72 «Швеллеры»), или по формулам для определенного сечения вычисляем размеры поперечного сечения балки.

6

### Примеры решения задач.

**Задача 1.** Для балки построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, если сосредоточенные силы  $F_1 = 4$  кН и  $F = 8$  кН, момент  $M = 11$  кНм, расстояние  $a = 2$  м,  $b = 4$  м,  $c = 3$  м.

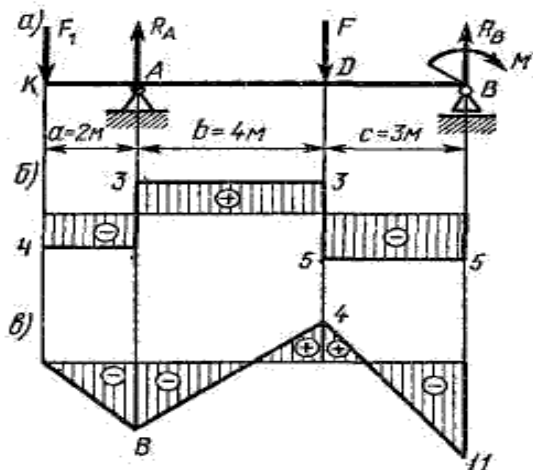
#### Решение.

- Определим опорные реакции:

$$\sum M_A = 0; -F_1 a + Fb + M - R_B (b+c) = 0, \quad (1)$$

$$\sum M_B = 0; -F_1(a+b+c) + R_A(b+c) - Fc + M = 0, \quad (2)$$

Из уравнения (1)  $R_B = \frac{-F_1 a + Fb + M}{b+c} = \frac{-8 + 32 + 11}{7} = 5$  кН;



Из уравнения (2)  $R_A = \frac{F_1(a+b+c) + Fc - M}{b+c} = \frac{36 + 24 - 11}{7} = 7$  кН.

Проверка:  $\sum Y = 0, -F_1 - F + R_A + R_B = -4 - 8 + 7 + 5 = 0$

- Строим эпюру поперечных сил

В сечении K:  $Q_{K-0} = -F_1 = -4$  кН.

В сечении A:  $Q_{A-0} = -F_1 = -4$  кН;

$Q_{A+0} = -F_1 + R_A = -4 + 7 = 3$  кН.

В сечении D:  $Q_{D-0} = -F_1 + R_A = -4 + 7 = 3$  кН;

$Q_{D+0} = -F_1 + R_A - F = -4 + 7 - 8 = -5$  кН.

В сечении B:  $Q_{yB} = -R_B = -5$  кН.

- Строим эпюру изгибающих моментов по характерным сечениям  $K, A, D, B$  В сечении  $K: M_{xK} = 0$ , так как в этом сечении нет сосредоточенного момента.

В сечении  $A: M_{xA} = -F_1 \cdot a = -4 \cdot 2 = -8$  кНм.

В сечении  $B: M_{xB} = -M = -11$  кНм.

В сечении  $D: M_{xD} = R_{1c} \cdot M = 5 \cdot 3 - 11 = 4$  кНм.

7

**Задача 2.** По условию задачи 1 из условия прочности подобрать размеры сечения балки в виде прямоугольника с размерами  $h=2b$ , круга с диаметром  $d$  и двутавра, если  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

**Решение:**

- Определяем опасное сечение: это сечение, где возникает максимальный момент – это сечение  $B$  и  $M_{\max} = 11 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .
- Из условия прочности определяем  $W_x$  (момент сопротивления изгибу).

$$\frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \Rightarrow W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{11 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{160} = 68750 \text{ мм}^3$$

- Вычисляем размеры сечений балки:

двутавр - в соответствии с ГОСТ 8239 выбираем двутавр № (ближайшее большее значение)  $W_x = 68,75 \text{ см}^3$ .  $W_x = 118 \text{ см}^3$  - двутавр № 16  $A_1 = 21,5 \text{ см}^2$

- круг -  $W_x = \frac{\pi^3}{32} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{32 W_x}{\pi}} \geq \sqrt{\frac{32 \cdot 68750}{3,14}} = \sqrt{\frac{32 W_x}{\pi}} = \sqrt{\frac{32 \cdot 68750}{3,14}} = 88,82 \text{ мм}$

Принимаем  $d=90$  мм.

$$A_1 = \frac{\pi^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 90^2}{4} = 6358,5 \text{ мм}^2$$

прямоугольник -  $h=2b$   $W_x = \frac{bh^3}{6}$   $W_x = \frac{4b^3}{6} \Rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{6 W_x}{4}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 68750}{4}} = 46,9 \text{ мм}$

Принимаем  $b=47$  мм,  $h=2 \cdot 47=94$  мм.

$$A_1 = b \cdot h = 47 \cdot 94 = 4418 \text{ мм}^2$$

- **Литература:**

1.Архуша А.И. Техническая механика. Высшая школа 1983

2.Архуша А.И. Руководство к решению задач по технической механике.

Высшая школа 1971

3.Сборник задач по технической механике под ред. Г.М. Ицковича.

Судостроение 1973

