ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)
Калужский филиал ПГУПС

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по учебной работе
____________ А.В. Полевой
«28» июня 2021 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01. МАТЕМАТИКА

для специальности
13.02.07 Электроснабжение (по отраслям)

Квалификация **– Техник**
вид подготовки - базовая

Форма обучения - очная

Калуга
2021

Рассмотрено на заседании ЦК

Математических и естественно-научных дисциплин

протокол № 11 от «28» июня 2021г.

Председатель_______________/Фролова Е.А./

Фонд оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 13.02.07 Электроснабжение (по отраслям) (базовая подготовка) и рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01. Математика.

Разработчик ФОС:
Калинкина Г.Е., преподаватель Калужского филиала ПГУПС

Рецензенты:

Макаренко Е.Ю. преподаватель Калужского филиала ПГУПС

Федорова О.Н. преподаватель математики высшей квалификационной категории ГАПОУ КО «Калужский базовый медицинский колледж»

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В результате освоения учебной дисциплины ЕН.01. Математика обучающийся должен обладать следующими умениями, знаниями, общими и профессиональными компетенциями, предусмотренными ФГОС СПО по специальности 13.02.17 Электроснабжение (по отраслям) для базового вида подготовки специалистов среднего звена среднего профессионального образования.

Объектами контроля и оценки являются умения, знания, общие и профессиональные компетенции:

Объекты контроля и оценки	**Объекты контроля и оценки**
У1	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.
У2	Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.
У3	Использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач.
У4	Раскладывать функций в тригонометрический ряд Фурье.
У5	Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.
З1	Основы линейной алгебры и аналитической геометрии
З2	Основы теории комплексных чисел.
З3	Основы дифференциального и интегрального исчисления.
З4	Основы теории числовых рядов.
З5	. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы.
З6	Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.
ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
ОК 03	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.
ОК 04	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.
ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом

	особенностей социального и культурного контекста.
ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 10	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.
ПК 1.1	Выполнять основные виды работ по проектированию электроснабжения электротехнического и электротехнологического оборудования
ПК 2.5	Разрабатывать и оформлять технологическую и отчетную документацию
ПК 3.4	Оценивать затраты на выполнение работ по ремонту устройств электроснабжения
ПК 3.5	Выполнять проверку и анализ состояния устройств и приборов, используемых при ремонте и наладке оборудования
ПК 3.6	Производить настройку и регулировку устройств и приборов для ремонта оборудования электрических установок и сетей

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является *дифференцированный зачет*.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих и профессиональных компетенций:

Результаты обучения: умения, знания, общие и профессиональные компетенции	Форма контроля и оценивания
Умения:	
У1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
У2. Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
У3. Использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
У4. Раскладывать функций в тригонометрический ряд Фурье.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
У5. Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности …	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
Знания:	
З 1. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
З 2. Основы теории комплексных чисел.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
З 3. Основы дифференциального и интегрального исчисления	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
З 4. Основы теории числовых рядов.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.

З 5. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
З 6. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
Общие компетенции:	
ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ОК 3. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
Профессиональные компетенции	
ПК 1.1. Выполнять основные виды работ по проектированию электроснабжения электротехнического и электротехнологического оборудования.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ПК 2.5. Разрабатывать и оформлять технологическую и отчетную документацию.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.

ПК 3.4. Оценивать затраты на выполнение работ по ремонту устройств электроснабжения.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ПК 3.5. Выполнять проверку и анализ состояния устройств и приборов, используемых при ремонте и наладке оборудования.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.
ПК 3.6. Производить настройку и регулировку устройств и приборов для ремонта оборудования электрических установок и сетей.	- устный опрос; - самостоятельная работа; - тесты; - практическое занятие; - дифференцированный зачет.

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Предметом оценки служат умения, знания, общие и профессиональные компетенции, формирование которых предусмотрено ФГОГС СПО по дисциплине ЕН. 01. Математика.
Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по разделам и темам:

Элементы учебной дисциплины	Формы и методы контроля			
	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые У, З, ОК, ПК	Форма контроля	Проверяемые У, З, ОК
Раздел 1. Основы линейной алгебры			*Дифференцированный зачет*	У1; У5; З 1; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10.
Тема 1.1 Матрицы. Определитель квадратной матрицы	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Тестирование Практическое занятие №1 Практическое занятие №2	У1; У5; З 1; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		
Тема 1.2 Системы линейных алгебраических уравнений	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Тестирование Самостоятельная работа Практическое занятие №3 Практическое занятие №4	У1; У5; З 1; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		
Раздел 2. Основы теории комплексных чисел			*Дифференцированный зачет*	У2; У5; З 2; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10.
Тема 2.1	Индивидуальный и фронтальный	У2; У5;		

Комплексные числа	устные опросы Тестирование Самостоятельная работа Практическое занятие №5 Практическое занятие №6 Практическое занятие №7	З 2; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		
Раздел 3. Основы аналитической геометрии			*Дифференцированный зачет*	У5; З 1; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10.
Тема 3.1 Аналитическая геометрия на плоскости	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Сообщение Тестирование Самостоятельная работа Практическое занятие №8 Практическое занятие №9	У5; З 1; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		
Раздел 4. Основы математического анализа			*Дифференцированный зачет*	У3; У5; З 3; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4 - 3.6.
Тема 4.1 Теория пределов функций и непрерывность функции	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Практическое занятие №10 Практическое занятие №11 Тестирование	У5; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		
Тема 4.2 Дифференциальные исчисления функции одной действительной	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Тестирование Самостоятельная работа Практическое занятие №12	У3; У5; З 3; З 5; З 6.; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5;		

переменной	Практическое занятие №13	ПК 3.6.		
Тема 4.3 Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Тестирование Самостоятельная работа Практическое занятие №14 Практическое занятие №15	У3; У5; З 3; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		
Раздел 5. Элементы теории рядов и гармонического анализа			*Дифференцированный зачет*	У4; У5; З 4; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10.
Тема 5.1. Основы теории числовых рядов	Индивидуальный и фронтальный устные опросы Тестирование Практическое занятие №16 Практическое занятие №17	У4; У5; З 4; З 5; З 6; ОК 01 - 05; ОК 09; ОК 10; ПК 1.1; ПК 2.5; ПК 3.4; ПК3.5; ПК 3.6.		

3.2 ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

УСТНЫЙ ОПРОС

1. Описание

Устный опрос проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения раздела/темы.

На проведение опроса отводится 10 – 15 минут.

При работе обучающийся может использовать литературу.

2. Критерии оценки устных ответов

Оценка «5» «отлично» - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

Оценка «4» «хорошо» - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

Оценка «3» «удовлетворительно» - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

Оценка «2» «неудовлетворительно» - Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками.

3. Примерные вопросы

Раздел/Тема	Вопросы
Тема 1.1 Матрицы. Определитель квадратной матрицы.	1. Что называется матрицей? 2. Что называется матрицей-строкой, матрицей столбцом? 3. Какие матрицы называются прямоугольными, квадратными? 4. Какие матрицы называются равными? 5. Что называется главной диагональю матрицы? 6. Какая матрица называется единичной? 7. Что значит транспонировать матрицу? 8. Что называют определителем 2 и 3 порядков? 9. Перечислить свойства определителей. 10. Что наз минором? Алгебраическим дополнением? 11. Как вычислить определитель по теореме Лапласса?
Тема 1.2 Системы линейных алгебраических	1. Что называют определителем 2 и 3 порядков? 2. Как вычислить определитель по теореме Лапласса? 3. Что называется системой линейных уравнений? Ее

уравнений.	решением? 4. Какая система называется совместной? Несовместной? определенной? неопределенной? 5. Какие системы линейных уравнений называют однородными и неоднородными? 6. Как записать основную и расширенную матрицу системы? 7. Сформулировать теорему Крамера. Когда теорему Крамера применять нельзя? 8. Сформулировать алгоритм решения системы линейных уравнений методом Гаусса?
Тема 2.1 Комплексные числа	1. Определение комплексного числа,, частные случаи, основные соотношения. 2. Определение сопряженных и противоположных комплексных чисел. 3. Определение модуля комплексного числа. 4. Геометрическое изображение комплексного числа, сопряженных и противоположных КЧ. 5. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме (определения и свойства). 6. Какие закономерности можно увидеть у степеней мнимой единицы? 7. Алгоритм перевода комплексного числа из одной формы в другую. 8. Действия над комплексного числа,заданными в тригонометрической и показательной формах.
Тема 3.1 Аналитическая геометрия на плоскости.	1. Сформулировать определение вектора, модуля вектора. 2. Что называют нулевым вектором? 3. Какие векторы называют коллинеарными? Компланарными? 4. Как найти сумму векторов? Разность? 5. В чем заключается правило треугольника? Параллелограмма? 6. Как найти длину вектора? 7. Как найти координаты вектора, заданного координатами начала и конца? 8. Что наз произведением вектора на число?
Тема 4.1 Теория пределов функций и непрерывность функции.	1. Сформулировать определение бесконечно малой функции. 2. Перечислить свойства бесконечно малой величины. 3. Перечислить свойства предела. 4. Записать замечательные пределы. 5. Сформулировать методы раскрытия неопределенностей. 6. Сформулировать определение одностороннего предела функции. 7. Как вы понимаете $x \to 5-0;\ x \to -3+0$? 8. Какая функция называется непрерывной? 9. Классификация точек разрыва.
Тема 4.2 Дифференциальные исчисления функции одной действительной переменной.	1. В чем заключается физический, геометрический смысл производной? 2. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости функции с её непрерывностью. 3. Сформулируйте и запишите правила дифференцирования.

	4. Проверьте себя на знание таблицы производных основных функции. 5. Каков механический смысл второй производной? 6. Сформулировать определение возрастающей (убываю функции. 7. Признаки возрастания (убывания) функции. 8. Дать определение экстремума функции. 9. Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремум 10. Признаки выпуклости (вогнутости) функции. 11. Алгоритм исследования функции на наличие точек перегиба.
Тема 4.3 Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.	1. Определение и обозначение первообразной для функции. 2. Определение неопределенного интеграла. Используемое обозначение. 3. Свойства неопределенного интеграла. 4. В чем заключается метод непосредственного интегрирования? 5. Какую фигуру называют криволинейной трапецией? 6. Сформулировать определение определённого интеграла. 7. В чём заключается его геометрический смысл? 8. Какому действию обратно интегрирование? 9. Как можно проверить правильность вычисления интеграла? 10. Сформулируйте теорему Ньютона-Лейбница. Как с её помощью вычисляются определённые интегралы? 11. Перечислите основные свойства определённого интеграла. 12. Назовите способы решения определённых интегралов. Какие отличия в решении методом подстановки определённых и неопределённых интегралов?
Тема 5.1. Основы теории числовых рядов.	1. Что называется числовым рядом? 2. Что наз частичной суммой ряда? 3. Какой ряд называется сходящимся? 4. Сформулировать признаки сходимости рядов. 5. Что называют рядом Тейлора? 6. Что называют рядом Маклорена? 7. Сформулировать определение ряда Фурье.

ТЕСТЫ

1. Описание

Тесты проводятся с целью контроля усвоенных умений, знаний и последующего анализа типичных ошибок (затруднений) обучающихся в конце изучения раздела/темы.

На выполнение теста отводится 10 – 20 минут.

2. Критерии оценки

Оценка	Количество верных ответов
«5» - отлично	Выполнено 91-100 % заданий
«4» - хорошо	Выполнено 76-90% заданий
«3» - удовлетворительно	Выполнено 61-75 % заданий
«2» - неудовлетворительно	Выполнено не более 60% заданий

3. Примерные тестовые вопросы/ задания

Тема 4.2

Дифференциальные исчисления функции одной действительной переменной

1 вариант

При выполнении заданий А1 - А8 необходимо проставить номер варианта ответа, который соответствует номеру выбранного Вами ответа

А1. Найдите производную функции $y = 3x^2 + 5x + 4$

1) $y' = 6x + 5$ 3) $y' = 3x + 5$

2) $y' = x^2 + x + 1$ 4) $y' = 6x^2 + 5x + 4$

А2. Найдите производную функции $y = \sin(2x + 1)$

1) $y' = \cos(2x + 1)$ 3) $y' = tg(2x + 1)$

2) $y' = 2\cos(2x + 1)$ 4) $y' = 2\sin(2x + 1)$

А3. Найдите производную второго порядка функции $y = 3x^3 + 2x^2 + 5x - 1$

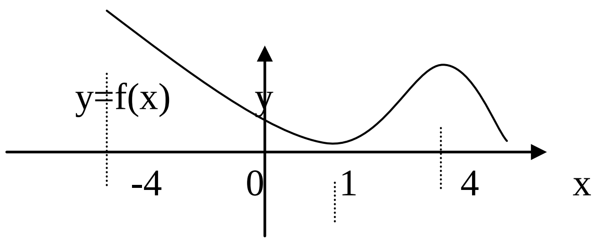
1) $y'' = 9x^2 + 4x + 5$ 3) $y'' = 6x + 5$

2) $y'' = 18x + 4$ 4) $y'' = 3x^3 + 2x^2 + 5x$

А4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 + 1$ в точке x=1

1) k=9 2) k=3 3) k=6 4) k=0

А5. По графику функции, изображенному на рисунке, определите, на каком промежутке производная данной функции положительна



1) (-4;1) 2) (-4;4) 3) (1;4) 4) (-∞; +∞)

А6. Найдите производную функции $y = 3e^x + lnx$

1) $y' = 3 + \frac{1}{x}$ 3) $y' = 3e^x + \frac{1}{x}$

2) $y' = 3e^{3x} + \frac{1}{x}$ 4) $y' = 3e^x + lnx$

А7. Определите абсциссу вершины параболы $y = x^2 - x - 1$

1) x=1 2) x=2 3) x=0,5 4) x=-2

А8. График функции y=f(x) на промежутке $x \in [1; 3]$ выпуклый вверх. Определите поведение производной второго порядка на данном промежутке.

1) $f''(x) < 0$ 3) $f''(x) = 0$
2) $f''(x) > 0$ 4) $f''(x)$ не определена

Ответом на задания В1 – В3 должно быть некоторое число или интервал

В1. Найдите скорость изменения функции $y = x^3 - 2x^2 - 5$ в точке х=2.
В2. Найдите промежутки возрастания функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$
В3. Найдите точки перегиба графика функции $y = x^4 - 2x^3$.

Ключ к тесту

№ вопроса	А1	А2	А3	А4	А5	А6	А7	А8	В1	В2	В3
Буква правильного ответа	1	2	2	1	3	3	3	1	4	[-2; 0], [2; +∞)	0; 1

Тест состоит из 4 вариантов по 11 вопросов в каждом.
Время, рассчитанное на выполнение теста – 20 минут.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

1. Описание

Самостоятельная работа по разделам/темам включает работу по самостоятельному изучению обучающимися ряда вопросов, выполнения домашних заданий, подготовку к практическим занятиям.
На самостоятельное изучение представленных ниже вопросов и выполнение заданий отводится 15 - 45 минут.

2. Критерии оценки самостоятельной работы

5» «отлично» - в самостоятельной работе дан полный, развернутый ответ на поставленные вопросы. Изложение знаний в письменной форме полное, системное в соответствии с требованиями учебной программы. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ изложен литературным языком с использованием научной терминологии.
«4» «хорошо» - в самостоятельной работе дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки. Имеющиеся у обучающегося знания соответствуют минимальному объему содержания предметной подготовки. Изложение знаний в письменной форме полное, системное в соответствии с требованиями учебной программы. Возможны несущественные ошибки в формулировках. Ответ логичен, изложен литературным языком с использованием научной терминологии.

«3» «удовлетворительно» - дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Оформление требует поправок, коррекции.

«2» «неудовлетворительно» - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Изложение неграмотно, возможны существенные ошибки. Отсутствует интерес, стремление к добросовестному и качественному выполнению учебных заданий.

3. Примерные вопросы для самостоятельного изучения

Тема 3.1 Аналитическая геометрия на плоскости

1) Записать определение окружности и ее уравнение.
2) Записать определение эллипса, его эксцентриситета. Записать его каноническое уравнение.
3) Записать определение гиперболы, ее эксцентриситета. Записать ее каноническое уравнение.

4. Примерные задания для самостоятельной работы

Тема 4.2 Дифференциальные исчисления функции одной действительной переменной

Найти производную функции (1 – 4):

1. $y=-\frac{7}{9}x^9-\frac{2}{5}x^5-2x^3-\frac{3}{5}$
2. $y=3tgx-\frac{1}{3}$
3. $y=e^x-4\sin x$
4. $y=4x^3\sin x$
5. Найдите значение производной функции $y=\frac{2+x}{x}$ в точке $x_0=-4$.

Тема 4.3 Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

1) Вычислить интегралы методом непосредственного интегрирования

$а)\int\left(\frac{6}{x}-3^x\right)dx$ $б)\int\left(\frac{x^2-3x+6}{x}\right)dx$ $в)\int\left(\sqrt{2x}-4\right)^2dx$ $г)\int\cos 7x dx$

$д)\int(3x^3-4x^2)dx$

2) Для функции $f(x) = -\frac{1}{x^3}$ найти первообразную, график которой проходит через точку М(1;-2).

5. Примерные формы отчетности результатов самостоятельной работы
Сообщение
Защита сообщения рассчитана на 5 - 7 минут.
Уровни усвоения учебной информации: продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач).

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

1. Описание

В ходе практического занятия обучающиеся приобретают умения, предусмотренные рабочей программой учебной дисциплины, учатся использовать формулы, применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.

Содержание, этапы проведения практического занятия представлены в обязательном приложении **Методические указания по проведению практических занятий по дисциплине**.

При оценивании практического занятия учитываются следующие критерии:

- качество выполнения работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Например, основная цель практического занятия №7 «Комплексные числа в курсе электротехники»: совершенствование умений и навыков представления напряжения и тока с применением комплексных чисел; расчета цепи переменного тока комплексным способом.

На проведение практического занятия отводится 90 минут.

Для формирования результатов обучения необходимо следующее оборудование: инструкционная карта, бланки заданий, конспекты занятий, микрокалькуляторы.

2. Критерии оценки практического занятия

5» «отлично» - самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу или задание, уверенно, логично, последовательно и аргументированно излагал свое решение, используя понятия, ссылаясь на нормативно-правовую базу.

«4» «хорошо» - самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу или задание, уверенно, логично, последовательно и аргументированно излагал свое решение, используя понятия.
«3» «удовлетворительно» - в основном решил учебно-профессиональную задачу или задание, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном понятия.
«2» «неудовлетворительно» - не решил учебно-профессиональную задачу или задание.

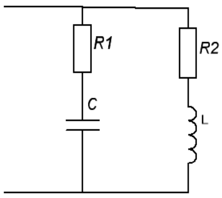
3. Примерные задания

Вариант 1

1. Исходные данные: R=80 Ом, x_c=60 Ом. Определите полное сопротивление электрической цепи.
2. Исходные данные: R=80 Ом, x_c=60 Ом, x_L=24 Ом. Определите полное сопротивление цепи.

3.Для электрической цепи (см рис.) найти сопротивление и ток каждой ветви, полный ток цепи, реактивную, активную и полную мощности цепи.

Исходные данные: U = 360 В; R_1 = 12 Ом; x_L = 10 Ом;



Практическое занятие разрабатывается в 4 вариантах.

4. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Предметом оценки являются сформированные умения и знания, а также динамика освоения общих и профессиональных компетенций. Оценка освоения учебной дисциплины предусматривает форму промежуточной аттестации – *дифференцированный зачет*.

Форма промежуточной аттестации
4 семестр
Дифференцированный зачет

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЕТ

1. Условия аттестации: аттестация проводится в форме дифференцированного зачета по завершению освоения учебного материала дисциплины и положительных результатах текущего контроля успеваемости.

2. Время аттестации: На проведение аттестации отводится 2 академических часа.

3. План варианта

Количество вариантов задания для экзаменующегося – 4. Каждый вариант включает в себя:

- тест из 15 вопросов;
- 2 задачи по дисциплине ЕН.01. Математика.

Тестовые задания, представлены в форме четко сформулированных вопросов, исключающих неоднозначность ответа тестируемого на требования задания, и не содержат подсказок ни в формулировке тестового задания, ни в предлагаемых ответах, а также не содержат повторов или двойных ситуаций.

4. Общие условия оценивания

Оценка по промежуточной аттестации носит комплексный характер и включает в себя:

- результаты прохождения текущего контроля успеваемости;
- результаты выполнения аттестационных заданий.

5. Критерии оценки.

Оценка	**Количество верных ответов**
«5» - отлично	Выполнено 91-100 % заданий

«4» - хорошо	Выполнено 76-90% заданий
«3» - удовлетворительно	Выполнено 61-75 % заданий
«2» - неудовлетворительно	Выполнено не более 60% заданий

6. Перечень вопросов для проведения дифференцированного зачета

1. Что называется матрицей? Виды матриц. Какие матрицы называются равными?
2. Что называется главной диагональю матрицы? Какая матрица называется диагональной? единичной? треугольной?
3. Что значит транспонировать матрицу? Что называется суммой матриц?
4. Что называется произведением матрицы на число? Как найти произведение двух матриц? В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
5. Что называют определителем 1, 2 и 3 порядков?
6. Перечислить свойства определителей.
7. Что называют минором? Алгебраическим дополнением?
8. Методы вычисления определителей.
9. Что называется системой линейных уравнений? Ее решением? Какая система называется совместной? Несовместной? определенной? неопределенной? Какие преобразования уравнений в системе можно выполнять?
10. Сформулировать теорему Крамера. Когда теорему Крамера применять нельзя?
11. Как решить систему линейных уравнений методом Гаусса? Что понимают под «обратным ходом»?
12. Определение комплексных чисел, их изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа.
13. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.
14. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Формула Эйлера и её применение.
15. Применение комплексных чисел при расчете электрической цепи.
16. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства.
17. Как сложить (вычесть) два вектора? Построение векторных диаграмм.
18. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.
19. Прямая на плоскости. Уравнения прямой на плоскости.
20. Что такое функция? Перечислите основные свойства функций.
21. Какие виды элементарных функций вы знаете? Дайте им определение.
22. Предел функции в точке. Свойства предела.
23. Замечательные пределы.
24. Раскрытие неопределенностей.
25. Непрерывные функции и их свойства.
26. Односторонние пределы. Точки разрыва, их классификация

27. Что такое производная? В чем геометрический и механический смысл производной?
28. Перечислите производные основных элементарных функций**.** Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной функции.
29. Что такое дифференцирование функции? Перечислите основные правила дифференцирования.
30. Производная сложной функции. Производные высших порядков.
31. Применение производной к нахождению экстремумов функции.
32. Выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба.
33. Полное исследование функций и построение графиков.
34. Какая функция называется первообразной для функции f(x). Перечислите свойства первообразной. Чем отличаются друг от друга различные первообразные функции для данной функции f(x)?
35. Дайте определение неопределенного интеграла. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
36. Какое действие называется интегрированием? Как проверить результат интегрирования? Чему равна производная от неопределенного интеграла?
37. Перечислите основные табличные неопределенные интегралы.
38. Дайте определение криволинейной трапеции, определенного интеграла. Перечислите свойства определенного интеграла.
39. Сформулируйте теорему Ньютона — Лейбница. В чем сходство и различие неопределенного и определенного интегралов?
40. Как вычислить площадь плоской фигуры с помощью интеграла (составьте словесный алгоритм)?
41. Перечислите области применения интеграла, назовите величины, которые можно вычислить с помощью интеграла.
42. Методы интегрирования (непосредственное интегрирование, введение новой переменной - метод подстановки, интегрирование по частям).
43. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
44. Признаки сходимости Даламбера и Коши.
45. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
46. Ряды Фурье.
47. Простые и сложные гармоники. Сложение графиков гармонических колебаний

7. Примерный вариант заданий для проведения дифференцированного зачета

Вариант – 1

Задание 1

Вопрос:
Определитель матрицы системы линейных уравнений
$$\begin{cases} 3x - 5y = 13 \\ 2x + 7y = 81 \end{cases}$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:
а) 31;
б) 11;
в) -31;
г) -11.

Задание 2

Вопрос:
Найдите производную функции $y = e^x - 0{,}9x^2$

Выберите один из 4 вариантов ответа:
а) $y' = x\,e^{x-1} - 1{,}8x$;
б) $y' = e^x - 1{,}8x$;
в) $y' = e^x - 0{,}3x^3$;
г) $y' = e^x - 0{,}81x$.

Задание 3

Вопрос:
Найдите значение производной функции $y = x^3 + 4x^2 - 11$ в точке x=3

Выберите один из 4 вариантов ответа:
а) 15;
б) 33;
в) 51;
г) 52.

Задание 4
Вопрос:
Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 2t^2$. Найти скорость движения этой точки в момент времени $t=2$

Выберите один из 4 вариантов ответа:
а) 20;
б) 0;
в) 8;

г) 4.

<u>Задание 5</u>
Вопрос:

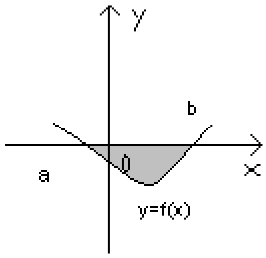
Данный интеграл $\int_0^2 2x dx$ равен

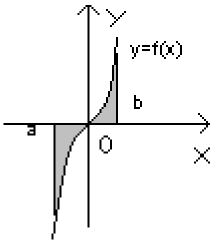
Выберите один из 4 вариантов ответа:
а) 0;
б) – 4;
в) 4;
г) 8.

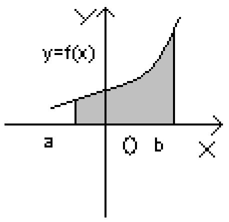
<u>Задание 6</u>
Вопрос:

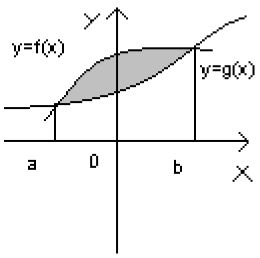
Выберите фигуру, площадь которой выражается формулой $\int_a^в f(x)dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) 

б) 

в) 

г) 

<u>Задание 7</u>

Вопрос:

1.Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x+2}{4x^2+2x-1}$ равно

1) 0; **2)** ∞; **3)** 5; **4)** 1,25.

<u>Задание 8</u>

Вопрос:

Найти координаты суммы векторов

$\vec{a}\,\{-2;\,5{,}3;\,-2{,}5\}$, $\vec{b}\,\{2{,}3;\ -3;\,5{,}4\}$

А) {4,3; 5; 2,1}, б) {2,1; 2; 2,9}, в) {0,3; 2,3; 2,9}, г) {0,3; 5; 2,1},

<u>Задание 9</u>

Вопрос:

Если $z_1 = 1+3i,\, z_2 = 2-3i$, то $z_1 + z_2$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) 2 + 3i;

б) 3 - i;

в) 3;

г) 3 + 6i.

<u>Задание 10</u>

Вопрос:

Модуль комплексного числа r = 2, а аргумент $\varphi = \frac{\pi}{4}$. Тогда в тригонометрической форме комплексное число имеет вид

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) $2(\cos\frac{\pi}{4} - i\cdot\sin\frac{\pi}{4})$;

б) $2(\sin\frac{\pi}{4} - i\cdot\cos\frac{\pi}{4})$;

в) $2(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4})$;

г) $2(\sin\frac{\pi}{4} + i\cdot\cos\frac{\pi}{4})$.

<u>Задание 11</u>

Вопрос:

Как изменит свое значение определенный интеграл при перестановке пределов интегрирования?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) не изменится
б) увеличится в 2 раза
в) поменяет знак
г) подынтегральная функция изменится на обратную

Задание 12

Вопрос:

Электрическая цепь состоит из двух последовательно включенных участков с напряжением u_1 и u_2. Найти напряжение данного участка на зажимах, если

$$u_1 = 220(\cos 60^o + j\sin 60^o),\ u_{21} = 127(\cos(-90^o) + j\sin(-90^o))$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) 220; б) 127; в) 347; г) 93.

Задание 13

Вопрос:

Найти сумму первых двух членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

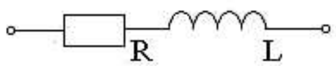
а) 5,4;
б) 0,525
в) 3;
г)5, 25.

Задание 14

Вопрос:

Рассмотрим последовательную RL – цепь (см. рисунок) с активным сопротивлением R=60 Ом и индуктивным сопротивлением X_L=20 Ом. Требуется определить комплексное сопротивление

Рисунок



Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) $\underline{Z} = R = 60$ Ом.
б) $\underline{Z} = R - jx_L = 60 - 20j$ Ом.
в) $\underline{Z} = R + jx_L = 60 + 20j$ Ом.
г) $\underline{Z} = jx_L = 20j$ Ом.

Задание 15

Вопрос:

Вычислить определённый интеграл $\int_{0}^{\pi} \cos 2x dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) 0;

б) 0,5;

в) 1;

г) π.

Задача №1.

Разложить функцию в ряд Фурье и построить график данной фунуции

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0 \\ 2, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

Задача №2.

В ходе анализа электрической цепи получена система уравнений

$$\begin{cases} E_1 = I_1(R_1 + r_{01} + R_3) + I_2(R_3 + R_1) \\ E_2 = I_2(R_2 + r_{02}) + I_1(R_3 + R_1) \end{cases}.$$

Исходные данные: E_1=30 В, E_2=26 В, R_1=5 Ом, R_2=15 Ом, R_3=5 Ом, r_{01}=2 Ом, r_{02}=1 Ом. Определить токи, решив систему уравнений.

Вариант – 2

<u>Задание 1</u>

Вопрос:

Найти определитель матрицы системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x - 5y = 1, \\ 2x - 3y = 2. \end{cases}$$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 2

б) -2

в) 1

г) -1

<u>Задание 2</u>

Вопрос:

Найдите производную функции

$y = e^x + 0.1 x^2$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) $e^x + 0,2x$

б) $e^x + 2x$

в) $e^x + 0,1x$

г) $e^x + x$

<u>Задание 3</u>

Вопрос

Найдите производную функции

$y = 4x^3 – 3x^2 – 2x$ в точке $x=1$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 1

б) 4

в) 0

г) 2

<u>Задание 4</u>

Вопрос

Точка движется по закону $S(t)=2t^3 + t^2$. Найти скорость движения этой точки в момент времени $t=3$.

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 40

б) 50

в) 60

г) 70

<u>Задание 5</u>

Вопрос:

Данный интеграл $\int_0^3 2x\,dx$ равен

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 7

б) 8

в) 9

г) 10

<u>Задание 6</u>

Вопрос:

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями по формуле $\int_a^b f(x)dx$

$y=x^2$; $x=4$; $x=1$; $y=0$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 12
б) 36
в) 22
г) 21

Задание 7

Вопрос: Значение предела $\lim_{x\to\infty}\frac{6x-10}{2x-3}$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) -3
б) 0
в) 1
г) 3

Задание 8

Вопрос: Найти координаты суммы векторов
$\vec{a}$ {-2,5; 5,3; -2} и $\vec{b}$ {5,4; -3; 2,3}

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) {2,9; 2,3; 0,3}
б) {0,3; 2,9; 2,3}
в) {7,9; 5,6; -2,3}
г) {-2,9; -2,3; -0,3}

Задание 9

Вопрос: Если $z_1=2+6i$, $z_2=4-6i$, то z_1+z_2

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 1+6i
б) 6
в) 6+i
г) 8

Задание 10

Вопрос: Модуль комплексного числа $r=\sqrt{2}$, а аргумент $\varphi=\frac{\pi}{4}$. Тогда в тригонометрической форме комплексное число имеет вид

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}$ - i $\sin\frac{\pi}{4})$

б) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

в) $\sqrt{2}(\sin\frac{\pi}{4}$ - i $\cos\frac{\pi}{4})$

г) $\sqrt{2}(\sin\frac{\pi}{4} + i\cos\frac{\pi}{4})$

Задание 11

Вопрос: Как называется результат интегрирования функции f(x) на отрезке [a;b]?

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) объем
б) площадь
в) длина
г) скорость

Задание 12

Вопрос: Электрическая цепь состоит из двух последовательно включенных участков с напряжением u_1 и u_2. Найти напряжение данного участка на зажимах, если

$u_1 = 127\ (\cos(-90^0) + j\sin(-90^0)),\ u_2 = 220\ (\cos 60^0 + j\sin 60^0),$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 220
б) 127
в) 347
г) 93

Задание 13.

Вопрос: Найти сумму первых двух членов ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$$

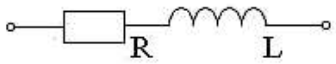
Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 7/9
б) 1/3
в) 5/9
г) 2/5

Задание 14.

Вопрос: Рассмотрим последовательную RL – цепь (см. рисунок) с активным сопротивлением R=30 Ом и индуктивным сопротивлением X_L=10 Ом. Требуется определить комплексное сопротивление

Рисунок



Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) $\underline{Z} = R = 30$ Ом.

б) $\underline{Z} = R - jx_L = 30 - 10j$ Ом.

в) $\underline{Z} = R + jx_L = 30 + 10j$ Ом.

г) $\underline{Z} = jx_L = 10j$ Ом.

Задание 15.

Вопрос:

Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi} \sin 2x dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) 0;

б) 0,5;

в) 1;

г) π.

Вариант 3

Задание 1

Вопрос:

Определитель матрицы системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 4y = 0, \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) -1

б) 2

в) 1

г) -2

Задание 2

Вопрос:
Найдите производную функции
$y = 2e^x + 0.1\ x$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) $2e^x + 0.1\ x$
б) $2e^x + 0.1$
в) $e^x + 0.1\ x$
г) $e^x + 0.1$

Задание 3

Вопрос
Найдите производную функции
$y = x^3 - 2x - 5$ в точке $x=3$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 29
б) 23
в) 27
г) 25

Задание 4

Вопрос
Точка движется по закону $S(t)=2t^2 - t$. Найти скорость движения этой точки в момент времени $t=2$.
Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 7
б) 8
в) 9
г) 10

Задание 5

Вопрос:
Данный интеграл $\int_0^1 x dx$ равен

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 1
б) 0
в) 0,5
г) 1,5

Задание 6

Вопрос:
Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями по формуле $\int_a^b f(x)dx$

$y=x^2$; $x=3$; $x=1$; $y=0$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 26/3
б) 28/3
в) 23/3
г) 25/3

Задание 7

Вопрос: Значение предела $\lim_{x\to\infty}\frac{3x-4}{2x+7}$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 0
б) 1
в) 2
г) 3

Задание 8

Вопрос: Найти координаты суммы векторов
$\vec{a}$ {-3; 5,3; 5,4} и $\vec{b}$ {2,3; -2; -3}

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) {-0,7; 3,3; 2,4}
б) {0,3; 2,9; 2,3
в) {7,9; 5,6; -2,3
г) {-2,9; -2,3; -0,3

Задание 9

Вопрос: Если $z_1=-3+5i$, $z_2=5-5i$, то z_1+z_2

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 0
б) 1
в) 2

г) 3

<u>Задание 10</u>

Вопрос: Модуль комплексного числа r=1, а аргумент $\varphi=\frac{\pi}{4}$. Тогда в тригонометрической форме комплексное число имеет вид

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) $\cos\frac{\pi}{4}$ - i $\sin\frac{\pi}{4}$

б) $\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}$

в) $\sin\frac{\pi}{4}$ - i $\cos\frac{\pi}{4}$

г) $\sin\frac{\pi}{4} + i \cos\frac{\pi}{4}$

<u>Задание 11</u>

Вопрос: Что называют неопределенным интегралом от непрерывной на интервале (a;b) функции f(x)?

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) производную

б) первообразную

в) площадь

г) скорость

<u>Задание 12</u>

Вопрос: Электрическая цепь состоит из двух последовательно включенных участков с напряжением u_1 и u_2. Найти напряжение данного участка на зажимах, если

$u_1 = 127\ (\cos(-90^0) + j \sin(-90^0))$, $u_2=220\ (\cos 60^0 + j \sin 60^0)$,

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 220

б) 127

в) 347

г) 93

<u>Задание 13.</u>

Вопрос: Найти сумму первых двух членов ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^3}$$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 8,125

б) 5

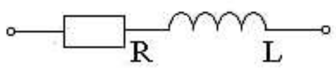
в) 8

г) 3,75

<u>Задание 14.</u>

Вопрос: Рассмотрим последовательную RL – цепь (см. рисунок) с активным сопротивлением R=20 Ом и индуктивным сопротивлением X_L=10 Ом. Требуется определить комплексное сопротивление

Рисунок



Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) $\underline{Z} = R = 20$ Ом.

б) $\underline{Z} = R - jx_L = 20 - 10j$ Ом.

в) $\underline{Z} = R + jx_L = 20 + 10j$ Ом.

г) $\underline{Z} = jx_L = 10j$ Ом.

<u>Задание 15.</u>

Вопрос:

Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi} (\sin x + \cos x)dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) -2;

б) 0,5;

в) 2;

г) π.

Вариант 4

<u>Задание 1</u>

Вопрос:

Определитель матрицы системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x - 7y = 33, \\ 2x + 5y = 25. \end{cases}$$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) -1
б) 24
в) 34
г) 6

Задание 2

Вопрос:
Найдите производную функции
$y = 2e^x - 0.5\ x^2$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) $2e^x - 0.\ x$
б) $2e^x - \ x$
в) $e^x\ - 0.5\ x$
г) $e^x + 0.1$

Задание 3

Вопрос
Найдите производную функции
$y = x^3 + x^2 – 3x$ в точке $x=1$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) -1
б) 5
в) 1
г) 2

Задание 4

Вопрос
Точка движется по закону $S(t)=t^3 + t^2$. Найти скорость движения этой точки в момент времени $t=1$.
Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 5
б) 3
в) 9
г) 6

Задание 5

Вопрос:

Данный интеграл $\int_0^3 2x dx$ равен

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 1
б) 8
в) 9
г) 0

Задание 6

Вопрос:

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями по формуле $\int_a^b f(x)dx$

$y=x^2$; $x=2$; $x=0$; $y=0$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 8/3
б) 3
в) 7/3
г) 10/3

Задание 7

Вопрос: Значение предела $\lim_{x\to\infty} \frac{6x-11}{2x-3}$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 1
б) 3
в) 2
г) 0

Задание 8

Вопрос: Найти координаты суммы векторов

$\vec{a}$ {5,3; -3; -2,3} и $\vec{b}$ {-2,5; -2; 5,3}

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) {2,8; -5; 3}
б) {0,3; 2,9; 2,3}
в) {7,9; 5,6; -2,3}
г) {-2,9; -2,3; -0,3}

Задание 9

Вопрос: Если z_1=-7-3i, z_2=2+3i, то z_1+z_2

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 0
б) -1
в) -5
г) 5

Задание 10

Вопрос: Модуль комплексного числа r=$\sqrt{3}$, а аргумент φ=$\frac{\pi}{4}$. Тогда в тригонометрической форме комплексное число имеет вид

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) $\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{4}$ - i $\sin\frac{\pi}{4})$
б) $\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{4}$ + i $\sin\frac{\pi}{4})$
в) $\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{4}$ - i $\cos\frac{\pi}{4}$
г) $\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{4}$ + i $\cos\frac{\pi}{4}$

Задание 11

Вопрос: Интеграл от суммы функций равен
Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) произведению интегралов
б) сумме интегралов
в) разности интегралов
г) не существует

Задание 12

Вопрос: Электрическая цепь состоит из двух последовательно включенных участков с напряжением u_1 и u_2. Найти напряжение данного участка на зажимах, если
$u_1 = 220(\cos 60^o + j\sin 60^o)$, $u_{21} = 127(\cos(-90^o) + j\sin(-90^o))$

Выберите один из четырех вариантов ответа:
а) 220
б) 127
в) 347

г) 93

Задание 13.

Вопрос: Найти сумму первых двух членов ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{5^n}$$

Выберите один из четырех вариантов ответа:

а) 0,52

б) 0,42

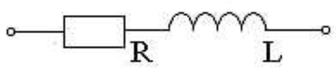
в) 0,32

г) 0,22

Задание 14.

Вопрос: Рассмотрим последовательную RL – цепь (см. рисунок) с активным сопротивлением R=60 Ом и индуктивным сопротивлением X_L=30 Ом. Требуется определить комплексное сопротивление

Рисунок



Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) $\underline{Z} = R = 30$ Ом.

б) $\underline{Z} = R - jx_L = 60 - 30j$ Ом.

в) $\underline{Z} = R + jx_L = 60 + 30j$ Ом.

г) $\underline{Z} = jx_L = 30j$ Ом.

Задание 15.

Вопрос:

Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi} (\sin x - \cos x)dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

а) -2;

б) 0,5;

в) 2;

г) π.

8. Эталоны ответов

Вариант - 1

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Правильный ответ	а	б	в	г	в	в	4	в	в	в	в	б	г	в	а

9. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовки обучающихся к дифференцированному зачету:

Основная учебная литература:

1. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности. Учебное пособие – М.: ОИЦ «Академия», 2014. – 208 с.
2. Григорьев В.П., Иволгина С.В. Математика. Учебник. – 11-е изд., под ред. В.А.Гусева.– ОИЦ «Академия», 2015. – 416 с.
3. Пехлецкий И.Д. Математика. Учебник.- М.: ОИЦ «Академия», 2016. – 320 с.
4. Луканин А.Г. Математика. Учебник для учащихся учреждений СПО, под ред. О.С.Шевченко. – ООО Издательская группа «ГЭОТАР-Медиа», 2016. -320с.

Дополнительная учебная литература:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. В 2 ч.: учебное пособие для СПО – 11-е изд., переработанное и дополненное. – М.: Юрайт, 2017.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: Учебное пособие для ссузов. М.: Дрофа, 2014.
3. Омельченко В.П. Математика: учебное пособие.- Ростов н\Д : Феникс, 2014г.

Приложение 1.

Методические указания по проведению практических занятий по дисциплине

Инструкционная карта практического занятия №1

по теме **«Линейные операции над матрицами»**

Цель занятия: научиться выполнять действия над матрицами

Для выполнения заданий студент должен знать: понятие матрицы, ее элементов, правила выполнения действий над матрицами,

Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

1) Диагональная матрица, у которой все диагональные элементы равны единице, называется единичной матрицей и обозначается буквой Е.

2) Транспонированием называется такое преобразование матрицы, при котором строки и столбцы меняются местами с сохранением их номеров. Обозначается транспонирование значком Т в правом верхнем углу.

3) Произведением матрицы А на число k называется матрица, элементы которой получаются из соответствующих элементов матрицы А умножением на число k.

4) Элементы матрицы-произведения определяются следующим образом: элемент i-й строки и k-го столбца матрицы С равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы А на соответствующие элементы k-го столбца матрицы В.

Пример. Найти произведение двух матриц:

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 3 & -7 \\ -1 & 6 & -3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение.

$$C=A\cdot B=\begin{pmatrix} 5 & 3 & -7 \\ -1 & 6 & -3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 5\cdot4+3\cdot4+(-7)\cdot2 & 5\cdot(-1)+3\cdot(-2)+(-7)\cdot0 & 5\cdot3+3\cdot(-6)+(-7)\cdot3 \\ (-1)\cdot4+6\cdot4+(-3)\cdot2 & -1\cdot(-1)+6\cdot(-2)+(-3)\cdot0 & -1\cdot3+6\cdot(-6)+(-3)\cdot3 \\ 2\cdot4+(-4)\cdot4+1\cdot2 & 2\cdot(-1)+(-4)\cdot(-2)+1\cdot0 & 2\cdot3+(-4)\cdot(-6)+1\cdot3 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 20+12-14 & -5-6+0 & 15-18-21 \\ -4+24-6 & 1-12+0 & -3-36-9 \\ 8-16+2 & -2+8+0 & 6+24+3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 18 & -11 & -24 \\ 14 & -11 & -48 \\ -6 & 6 & 33 \end{pmatrix}.$$

Контрольные вопросы

1. Что называется матрицей? Виды матриц.
2. Какие матрицы называются равными?
3. Что называется главной диагональю матрицы?
4. Какая матрица называется диагональной? единичной? треугольной?

5. Что значит транспонировать матрицу?
6. Что называется суммой матриц?
7. Что называется произведением матрицы на число?
8. Как найти произведение двух матриц?
9. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?

Задания для самостоятельного решения

1) Найти матрицу $C = 2A+3B^T$
2) Найти произведения матриц AB и BA.

1. Даны матрицы A и B. Найти: $A+B$, $2A$, $A-3B$, если:

а) $A=\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 9 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} -1 & -7 \\ 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$;

1. Даны матрицы:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Найти те из произведений AB, BA, AC, CA, BC, CB, которые имеют смысл.

$\left(\textit{Ответ: } BA=\begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix},\ AC=\begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix}.\right)$

2. Для данных матриц A и B найти $(A+3B)^2$, если:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & -8 \\ -3 & 6 & 9 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$\left(\textit{Ответ: } \begin{bmatrix} 96 & 12 & 8 \\ -18 & 54 & -8 \\ 51 & 85 & 111 \end{bmatrix}.\right)$

Инструкционная карта практического занятия №2

по теме **«Вычисление определителей второго и третьего порядка»**

Цель занятия: научиться вычислять определители разными методами
Для выполнения заданий студент должен знать: понятие матрицы, определителя 2 и 3 порядков, правила вычисления определителей, свойства определителей.
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:
Определителем матрицы второго порядка, или определителем второго порядка, называется число, которое вычисляется по формуле:

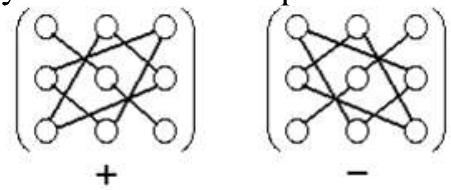
$$\Delta_2 = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}.$$

Определителем матрицы третьего порядка, или определителем третьего порядка, называется число, которое вычисляется по формуле:

$$\Delta_3 = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}$$

Каждое слагаемое состоит из произведения трех сомножителей. Знаки, с которыми члены определителя входят в формулу нахождения определителя третьего порядка можно определить, пользуясь приведенной схемой, которая называется правилом треугольников или правилом Сарруса.



Алгебраическим дополнением A_{ij} элемента a_{ij} определителя $|A|$ называется минор M_{ij} этого элемента со знаком $(-1)^{i+j}$, где i – номер строки, а j – номер столбца, на пересечении которых стоит элемент a_{ij}:
$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

Свойства определителей.
1. Значение определителя не изменится, если все его строки заменить соответствующими столбцами или, наоборот, столбцы — строками.
2. Если два столбца (две строки) поменять местами, то определитель изменит свой знак на противоположный.
3. Если определитель содержит строку (столбец), все элементы, в которой равны 0, то определитель равен 0.

4. Определитель с двумя одинаковыми строками (столбцами) равен 0.
5. Если ко всем элементам какой-либо строки (столбца) определителя прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), умноженные на одно и то же число k, то значение определителя не изменится.

Теорема Лапласа. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их алгебраические дополнения.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулировать определение матрицы, элемента матрицы.
2. Что называют определителем 2 и 3 порядков?
3. Перечислить свойства определителей.
4. Что называют минором? Алгебраическим дополнением?
5. Как вычислить определитель по теореме Лапласса?

Задания для самостоятельного решения

1) Вычислить определитель второго порядка:

$$1)\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}; \quad 2)\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix};$$

2) Вычислить определители по треугольникам Сарусса и разложением по элементам 3 строки:

$$1)\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 2)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix};$$

3) *Решить уравнение:

$$1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0; \quad 2)\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

4) Вычислить определитель третьего порядка, используя теорему

Лапласса, для матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{pmatrix}$$

Инструкционная карта практического занятия №3

по теме **«Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса»**

Цель занятия: научиться решать системы линейных уравнений методом Крамера и Гаусса.

Для выполнения заданий студент должен знать: понятие системы линейных уравнений и их решения; формулы Крамера, метод Гаусса; правила вычислений определителя.

Оборудование: инструкционная карта, бланки заданий, конспекты занятий, ПК.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

1. Решением системы называется такая совокупность чисел, при подстановке которых в систему вместо переменных, каждое уравнение обращается в верное числовое равенство.
2. **Теорема Крамера:** Пусть Δ – определитель матрицы А системы уравнений, а Δ_i – определитель , полученный из А заменой i-го столбца столбцом свободных членов. Тогда, если $\Delta \neq 0$, то система линейных уравнений имеет единственное решение, определяемое по формулам $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, i = \overline{1, n}.$

Если $\Delta = 0$, а хотя бы один из определителей $\Delta_i \neq 0$, то система несовместна. Если $\Delta = \Delta_i = 0$, то система имеет бесконечное множество решений.

Метод Гаусса представляет собой специальный алгоритм последовательного исключения неизвестных из уравнений системы. В этом алгоритме обычно различают два этапа:

Первый этап называется прямой ход,

Второй этап – обратный ход.

Цель прямого хода метода Гаусса заключается в приведение матрицы системы к треугольному виду, когда в результате некоторых элементарных преобразований уравнений системы на главной диагонали матрицы системы будут располагаться ненулевые элементы, а все элементы ниже главной диагонали будут равны нулю. В результате наших преобразований должна получаться система, равносильная исходной системе линейных уравнений. Преобразования, которые позволяют свести исходную систему к треугольной, сохраняя равносильность, называются элементарными.

Элементарными преобразованиями уравнений системы называют следующие преобразования:

1) перестановка местами двух любых уравнений;

2) умножение обеих частей какого-либо уравнения на любое число, не равное нулю;

3) прибавление к обеим частям одного из уравнений соответствующих частей любого другого уравнения;
4) перестановка (перенумерация) неизвестных системы.

Вопросы для самоконтроля

1. Как вычислить определитель по теореме Лапласса?
2. Что называется системой линейных уравнений? Ее решением?
3. Какая система называется совместной? Несовместной? определенной? неопределенной?
4. Сформулировать теорему Крамера.
5. Когда теорему Крамера применять нельзя?
6. Что называют определителем 2 и 3 порядков?
7. Как решить систему линейных уравнений методом Гаусса?
8. Что понимают под «обратным ходом»?

Задания для самостоятельного решения

Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

1. $\begin{cases} x+2y+3z=1 \\ 2x-3y+2z=9 \\ 5x+8y-z=7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x+y-z=2 \\ 3x+2y+2z=-2 \\ x+y-2z=1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+2y+3z=5 \\ 2x-y-z=1 \\ x+3y+4z=6 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$

Инструкционная карта практического занятия №4

по теме **«Системы линейных уравнений в курсе "Электротехника"»**

Цель занятия: научиться применять ЭВМ для расчета электрической цепи методом контурных токов, решать системы линейных уравнений методом Крамера и Гаусса в среде Excel.

Для выполнения заданий студент должен знать: понятие системы линейных уравнений и их решения; формулы Крамера, правило Кирхгофа; правила вычислений определителя.

Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, ПК.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

Метод контурных токов. Рассматриваемый метод предполагает, что в каждом независимом контуре протекает свой контурный (расчетный) ток. Контурные токи – это не реальные токи, протекающие по ветвям электрической цепи, а искусственно вводимые величины. Количество контурных токов равно количеству независимых контуров в цепи.

Для определения контурных токов составляют уравнения по второму закону Кирхгофа для каждого контура. Поскольку количество контуров меньше, чем ветвей, то число уравнений будет всегда меньше числа искомых реальных токов. Уменьшение числа решаемых уравнений и является достоинством метода контурных токов.

Последовательность действий:

1. Выбор **К** контуров с минимальным количеством элементов (**К = В - У + 1**).
2. Запись **К** уравнений по II закону Кирхгофа в матричной форме и решение на ЭВМ.
3. Расчет токов в смежных ветвях.

Рекомендации к применению метода:

- Контурные токи желательно направлять в одном направлении.
- Если требуется определить ток только в одной ветви, то этот ток целесообразно делать контурным.
- Если в схеме есть ветвь с известным током (например, с источником тока), то этот ток следует сделать контурным, в результате число уравнений уменьшится.

Вопросы для самоконтроля

1) Сформулировать правила Кирхгофа.
2) что называют системой линейных уравнений? Ее решением?
3) Как составить систему уравнений по правилу Кирхгофа?
4) Сформулировать теорему Крамера.
5) Как вычислить определитель в Excel?

Задания для самостоятельного решения

1) В ходе анализа электрической цепи получена система уравнений

$$\begin{cases} E_1 = I_1(R_1 + r_{01} + R_3) + I_2(R_3 + R_1) \\ E_2 = I_2(R_2 + r_{02}) + I_1(R_3 + R_1) \end{cases}.$$

Исходные данные: E_1=50 В, E_2=10 В, R_1=20 Ом, R_2=40 Ом, R_3=10 Ом, r_{01}=1 Ом, r_{02}=2 Ом. Определить токи, решив систему уравнений.

2) В ходе анализа электрической цепи получена система уравнений

$$\begin{cases} E_1 = I_1(R_1 + r_{01} + R_3) + I_2(R_3 + R_1) \\ E_2 = I_2(R_2 + r_{02}) + I_1(R_3 + R_1) \end{cases}.$$

Исходные данные: E_1=30 В, E_2=26 В, R_1=5 Ом, R_2=15 Ом, R_3=5 Ом, r_{01}=2 Ом, r_{02}=1 Ом. Определить токи, решив систему уравнений.

Инструкционная карта практического занятия №5

по теме **«Изображение комплексных чисел на плоскости. Действия над комплексными числами в алгебраической форме»**

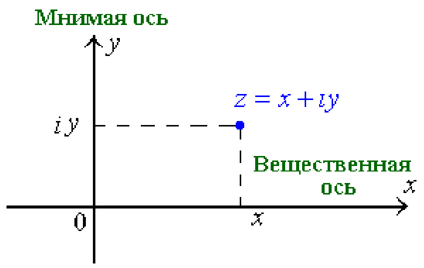
Цель занятия: выработать навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме, построения геометрической модели комплексного числа.
Для выполнения работы студент должен знать: определение действительной и мнимой части КЧ; алгебраическую форму записи КЧ, их геометрическую интерпретацию, методику сложения, вычитания, умножения и деления КЧ в алгебраической форме.
Оборудование: инструкционная карта практической работы, бланки заданий, конспекты занятий.

Ход работы
Выполнить задание, пользуясь основными положениями:
Комплексными называются числа вида $x + yj$,
где $z = x + yj - \text{алгебраическая форма КЧ}$
x и y– действительные числа, j – мнимая единица: $\mathbf{j^2 = -1}$.
x называется **действительной частью**, yj – **мнимой частью** комплексного числа.

Комплексные числа вида $a + 0j$ отождествляются с действительными числами a.
Комплексные числа вида $0 + bj$ обозначают bj и называют *чисто мнимыми числами*.
Числа $a + bj$ и $a - bj$ называются *комплексно-сопряженными* и обозначаются соответственно
z и $\overline{z}$. Комплексное число $-z = -a - bj$ называется противоположным числу $z = a + bj$.
Сумма и *разность* КЧ в алгебраической форме выполняются раскрытием скобок и приведением подобных слагаемых или определяется следующим образом:
$$(a + bj) + (c + dj) = (a + c) + (b + d)j$$
$$(a + bj) - (c + dj) = (a - c) + (b - d)j$$
Умножение комплексных чисел выполняются раскрытием скобок (учитывая, что $j^2 = -1$) и приведением подобных слагаемых.
Деление комплексных чисел в алгебраической форме выполняется по следующей схеме: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}}$, т.е. числитель и знаменатель умножают на

КЧ, сопряженное знаменателю, и производят преобразование, учитывая, что $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$, $\frac{a \pm b}{c}=\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$

Комплексные числа $a+bj$ изображаются геометрически точкой (a; b) или радиусом - вектором, проведенным к этой точке из начала координат



Вопросы для самоконтроля

1. Что называется комплексным числом? модулем комплексного числа.
2. Какие числа называются комплексно-сопряженными? противоположными?
3. Геометрическое изображение комплексного числа, сопряженных и противоположных комплексных чисел.
4. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме (определения и свойства).
5. Приведите примеры чисто мнимых комплексных чисел.
6. Как найти сумму двух комплексных чисел. ? их разность?
7. Как выполнить умножение комплексных чисел?
8. Как, не запоминая формулу, найти частное двух комплексных чисел?
9. Какие правила существуют для сложения векторов и их вычитания?

Задания для самостоятельного решения

Вариант – 1

1) $z_1 = 0{,}5 - 0{,}6i$, $z_2 = 3 + 4i$.

Найти: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $(\overline{z_1})^2$

2) Дано число $z = 1 + 2i$. Построить на комплексной плоскости $-z$ и $\overline{z}$.

3) Выполнить действия: а) $\frac{6+2i}{3-7i} - \frac{2+3i}{2+5i}$; б) $z = \frac{1}{(3-2j)^2} + j^{16}$

Вариант – 2

1) $z_1 = 0{,}4 + 0{,}5i$, $z_2 = -5 - 3i$.

Найти: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\dfrac{z_1}{z_2}$, $(\overline{z_1})^2$

2) Дано число $z = 1 - 4i$. Построить на комплексной плоскости $-z$ и $\overline{z}$.

3) Выполнить действия: а) $\dfrac{(3+4i)(-1+3i)}{6-8i}$; б) $z = \left(\dfrac{2}{\sqrt{3} - j}\right)^2 + j^{19}$

Инструкционная карта практического занятия №6

по теме **«Перевод комплексных чисел из одной формы записи в другую. Действия над комплексными числами в различных формах записи»**

Цель занятия: выработать навыки перевода комплексного числа из одной формы в другую, выполнения действий над КЧ в тригонометрической и показательной формах

Для выполнения работы студент должен знать: определение действительной и мнимой части КЧ; формы записи КЧ; определение модуля и аргумента КЧ; алгоритм перехода от алгебраической формы к тригонометрической, правила выполнения действий с КЧ в тригонометрической и показательной формах.

Оборудование: инструкционная карта практической работы, бланки заданий, конспекты занятий, МК.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

КЧ могут быть представлены в одной из трех форм:

$z = x + yj - \textit{алгебраическая}$

- $z = r(\cos\varphi + j\sin\varphi) - \textit{тригонометрическая}$

$z = re^{j\varphi} - \textit{показательная}$

Алгоритм перевода комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую или показательную:

1) Найти модуль КЧ $z = x + yj$ по формуле $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
2) Вычислить $\varphi_1 = arctg\left|{}^{y}\!/_{x}\right|$
3) Определить четверть, в которой расположено КЧ z (по знакам x u y)
4) Найти аргумент φ КЧ, используя формулы:

   I четверть: $\varphi = \varphi_1$ | III четверть: $\varphi = \pi + \varphi_1$

   II четверь: $\varphi = \pi - \varphi_1$ | IV четверть: $\varphi = -\varphi_1$
5) Записать число в тригонометрической или показательной форме.

Действия над КЧ в тригонометрической и показательной формах

$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1),\ z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$	$z_1 = r_1e^{i\varphi_1},\ z_2 = r_2e^{i\varphi_2}$
$z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$	$z_1z_2 = r_1r_2e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$
$z_1 \div z_2 = \dfrac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$	$z_1 \div z_2 = \dfrac{r_1}{r_2}e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$
$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$	$z^n = r^ne^{in\varphi}$

Иногда действия над КЧ в одной форме не выполняются. Тогда следует КЧ перевести в другую форму.

Вопросы для самоконтроля

1) Определение КЧ, частные случаи, основные соотношения.
2) Определение сопряженных и противоположных КЧ.
3) Определение модуля КЧ.
4) Алгоритм перевода комплексного числа из одной формы в другую.
5) Действия над КЧ, заданными в тригонометрической и показательной формах.

Задания для самостоятельного решения

Вариант – 1

1) Представить в тригонометрической и показательной форме комплексные числа: *а*) $z_1 = 1 + i$; *б*) $z_2 = -5$; *в*) $z_3 = 2i$

2) Представить в алгебраической и показательной форме комплексные числа

$$а)\ z_4 = 2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3});\quad б)\ z_5 = -3(\cos 25° + i\sin 25°)$$

3) Используя тригонометрическую форму комплексного числа, выполнить действия $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right)^6$.

4) Выполнить действие и результат записать в тригонометрической форме

$$\frac{e^{-\frac{\pi}{3}i}}{0,5e^{\pi i}}.$$

Вариант – 2

1) Представить в тригонометрической и показательной форме комплексные числа: *а*) $z_1 = -2 + 2i$; *б*) $z_2 = 3$; *в*) $z_3 = -4i$

2) Представить в алгебраической и показательной форме комплексные числа

$$а)\ z_4 = 4\left(\cos(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin(-\frac{\pi}{4}));\quad б)\ z_5 = -4(\cos 35° + i\sin 35°)$$

3) Используя тригонометрическую форму комплексного числа, выполнить действия $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i\right)^3$.

4) Выполнить действие и результат записать в тригонометрической форме

$$\frac{2e^{-\frac{\pi}{2}i}}{e^{\frac{\pi}{6}i}}.$$

Инструкционная карта практического занятия №7

по теме **«Комплексные числа в курсе электротехники»**

Цель занятия: совершенствовать умения и навыки представления напряжения и тока с применением комплексных чисел; расчета цепи переменного тока комплексным способом.

Для выполнения работы студент должен знать: определение действительной и мнимой части, формулы записи комплексных чисел; определение модуля и аргумента комплексных чисел; алгоритм перехода от алгебраической формы к тригонометрической, правила выполнения действий с комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах, представление напряжения и тока с применением комплексных чисел.

Оборудование: инструкционная карта, бланки заданий, конспекты занятий, микрокалькуляторы.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

Комплексное число может быть однозначно представлено вектором. Т.о., если переменная синусоидальная величина может быть представлена вектором, то она представляется комплексным числом.

Комплекс полного сопротивления обозначают прописной буквой $\underline{Z}$. Модуль этой величины обозначают строчной буквой z. Аналогичным образом определяются комплекс напряжения и силы тока. Комплексные числа записываются в одной из следующих форм:

$\underline{A} = a + jb$ - алгебраическая форма;

$\underline{A} = A(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ - тригонометрическая форма;

$\underline{A} = Ae^{j\varphi}$ - показательная форма.

Угол φ – как показатель степени – должен быть отвлеченным числом, т.е. должен выражаться в радианах, но для наглядности принято выражать его в градусах. Синусоидальная величина, выраженная КЧ, называется комплексом и обозначается прописной буквой с точкой наверху – Ù.

Примеры решения задач

Пример 1. Рассмотрим последовательную RL – цепь (рис. 1) с активным сопротивлением R=60 Ом и индуктивным сопротивлением X_L=20 Ом. Требуется определить полное сопротивление цепи.

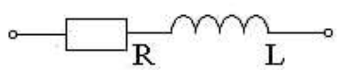
Решение. Комплексное сопротивление равно

$$\underline{Z} = R + jx_L = 60 + 20j \text{ Ом.} \qquad (1)$$

Найдем модуль и аргумент этого сопротивления:

$$z = \sqrt{R^2 + x_L{}^2} = \sqrt{60^2 + 20^2} \approx 63 \text{ Ом},$$

$$tg\varphi = \frac{x_L}{R} = \frac{20}{60} \approx 0{,}34; \qquad \varphi = 18^\circ.$$



То же сопротивление в показательной форме

Рисунок 1. Элемент цепи

$$\underline{Z} = ze^{j\varphi} = 63e^{j18^\circ}.$$

Пример 2. Рассмотрим последовательную RLC-цепь (рис.2)с активным сопротивлением R=80 Ом, емкостным сопротивлением x_c=60 Ом и индуктивным сопротивлением x_L=30 Ом. Определим полное сопротивление цепи.

Решение. Комплексное сопротивление равно

$$\underline{Z} = R + jx_L - jx_C = R + j(x_L - x_C) = R + jx = 80 + j(30 - 60) = 80 - 30j \text{ Ом}. \quad (2)$$

Найдем модуль и аргумент этого сопротивления:

$$z = \sqrt{R^2 + x^2} = \sqrt{80^2 + (-30)^2} \approx 85 \text{ Ом},$$

$$tg\varphi = \frac{x}{R} = -\frac{30}{80} = -0{,}375; \qquad \varphi = -21^\circ.$$

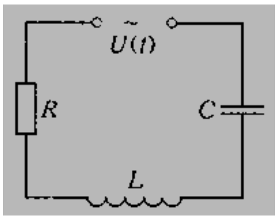


Рисунок 2. Цепь

То же сопротивление в показательной форме

$$\underline{Z} = ze^{j\varphi} = 85e^{-j21^\circ}.$$

Замечание: для цепи, изображенной на рис.3, полное сопротивление определяется формулой $\underline{Z} = R - jx_C$.

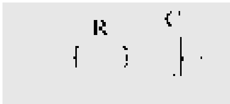


Рисунок 3. Элемент цепи

Пример 3. Для электрической цепи (рис.4) найти сопротивление и ток каждой ветви, полный ток цепи, реактивную, активную и полную мощности цепи.

Исходные данные: U = 380 В; R_1 = 10 Ом; x_L = 12 Ом; x_C = 4 Ом; R_2=6 Ом.

Комплекс сопротивления для цепи, содержащей R, L, C элементы, имеет вид: $\underline{Z} = R + jx_L - jx_C$.

Записываем комплексы сопротивлений для каждой ветви:

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jx_L = 6 + j12 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jx_C = 10 - j4 \text{ (Ом)};$$

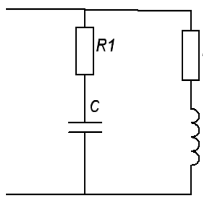


Рисунок 4. Цепь

Найдем комплексы токов отдельных участков цепи:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{380}{6 + j12} = 13 - j25 \text{ (А)}; \qquad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{380}{10 - j4} = 33 + j13 \text{ (А)}.$$

Комплекс тока цепи равен $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (13 - j25) + (33 + j13) = 46 - j12$ (А)

Комплекс полной мощности в общем случае $\underline{S} = \underline{U} \cdot \overset{*}{\underline{I}} = P \pm jQ$,

где $\overset{*}{\underline{I}} = 46 + j12$ А - комплексно-сопряженный ток, P – активная мощность, Q – реактивная.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \overset{*}{\underline{I}} = 380(46 + j12) = 17480 + j4560 \text{ (ВА)}.$$

$s = \sqrt{17480^2 + 4560^2} = 18065$ ВА

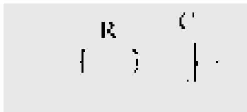
Контрольные вопросы

1)Из каких этапов состоит решение задачи на расчет полного сопротивления цепи переменного тока с помощью комплексных чисел?
2)Запишите показательную форму комплексных чисел.
3)Чем определяется действительная и мнимая часть комплексного сопротивления (1)?
4)Чем определяется действительная и мнимая часть комплексного сопротивления (2)?
5)Как определяется модуль комплексного числа? Как найти аргумент комплексного числа?

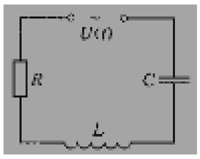
Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Исходные данные: R=80 Ом, x_c=60 Ом. Определите полное сопротивление электрической цепи.

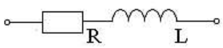


2. Исходные данные: R=80 Ом, x_c=60 Ом, x_L=24 Ом. Определите полное сопротивление цепи.

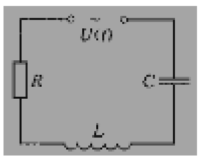


Вариант 2

1. Исходные данные: R=60 Ом, x_L=24 Ом. Определите полное сопротивление электрической цепи.



2. Исходные данные: R=90 Ом, x_c=50 Ом, x_L=25 Ом. Определите полное сопротивление цепи.



Ом, xL=24 Ом. Определите полное сопротивление цепи.

Инструкционная карта практического занятия №8

по теме **«Векторы и прямая на плоскости»**

Цель занятия: научиться находить координаты векторов, вычислять модуль вектора, выполнять действия с векторами; научиться составлять уравнения прямой на плоскости, определять ее свойства, используя основные формулы.
Для выполнения заданий студент должен знать: определение вектора, определение координат вектора; операции над векторами, свойства операций; понятия прямой, ее уравнения, условия параллельности и перпендикулярности
Оборудование: методические указания к выполнению практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие

Ход работы
Выполнить задание, пользуясь основными положениями:
Вектор – это отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом.
Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой.
Произведением вектора $\vec{a}$ **на скаляр (число)** $\boldsymbol{\lambda}$ является вектор $\overrightarrow{\lambda \cdot a}$, который имеет длину $|\overrightarrow{\lambda a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$, и сонаправлен с $\vec{a}$ при $\lambda > 0$, противоположно направлен с $\vec{a}$ при $\lambda < 0$.
Длина вектора:

1) Если $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$, $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$, то

$$\overline{AB} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1).$$

2) Если $\overline{a} = (x;\ y;\ z)$, то $\overline{a} = x\overline{i} + y\overline{j} + z\overline{k}$ и

$$\left|\overline{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Скалярным произведением векторов **a** и **b** называется число, равное произведению модулей этих векторов и косинуса угла между этими векторами:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = \left|\overline{a}\right| \cdot \left|\overline{b}\right| \cdot \cos\varphi.$$

Если известны координаты векторов

$$\bar{a} = (x_1;\; y_1;\; z_1), \quad \bar{b} = (x_2;\; y_2;\; z_2),$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2,$$

угол между векторами определяется формулой

$$\cos\varphi = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\,\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Общим уравнением прямой называется уравнение вида:
$Ax + By + C = 0$
(A и B одновременно не обращаются в 0, т.е. $A^2 + B^2 \neq 0$)

Если в уравнении один или два коэффициента обращаются в 0, то такое уравнение называется неполным:

1) $C=0$ – уравнение $Ax + By = 0$ определяет прямую, проходящую через начало координат;

2) $B = 0,\ A \neq 0$ – уравнение $Ax + C = 0$ определяет прямую, параллельную оси Oy;

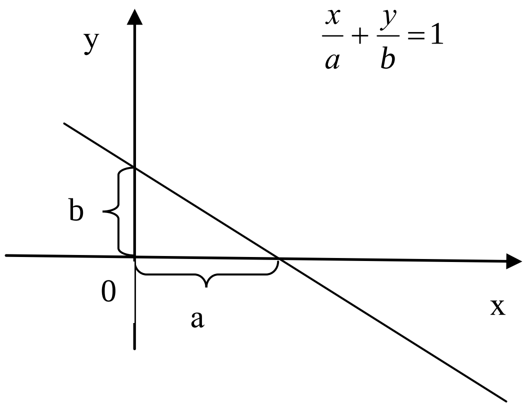
3) $B = 0,\ A \neq 0,\ C = 0$ – уравнение $Ax = 0$ определяет прямую, совпадающую с осью Oy;

4) $B \neq 0,\ A = 0,\ C \neq 0$ – уравнение $By + C = 0$ определяет прямую, параллельную оси Ox;

5) $A= 0,\ B \neq 0,\ C = 0$ – уравнение $By = 0$ определяет прямую, совпадающую с осью Ox.

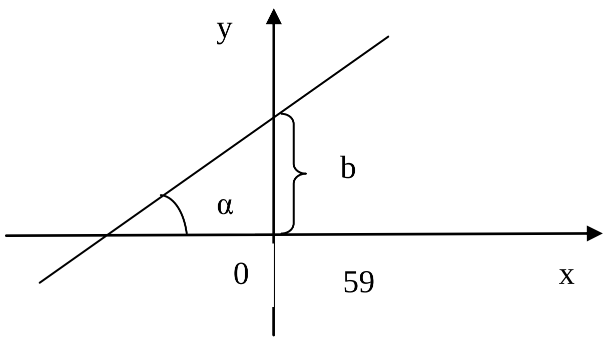
Уравнение прямой в отрезках:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Уравнение прямой с угловым коэффициентом k :

$y = kx + b,$



$к = tg\alpha$, где
α – угол, отсчитываемый от положительного направления оси Ox до прямой против хода часовой стрелки. Число b определяет величину отрезка, отсекаемого прямой на оси Oy.

Вопросы для самоконтроля

1) Сформулировать определение вектора, модуля вектора.
2) Какие векторы называют коллинеарными? Компланарными?
3) Как найти сумму векторов? Разность?
4) В чем заключается правило треугольника? Параллелограмма?
5) Как найти длину вектора?
6) Как найти координаты вектора, заданного координатами начала и конца?
7) Что называют произведением вектора на число?
8) Как найти расстояние между двумя точками на плоскости (в пространстве)?
9) Какое уравнение прямой называют общим?
10) Записать уравнение прямой в отрезках.
11) Записать уравнение прямой с угловым коэффициентом k.

Задания для самостоятельного решения

1) Разложить векторы $\mathbf{c_1}$ и $\mathbf{c_2}$ по координатным ортам.
2) Найти длины векторов $\mathbf{c_1}$ и $\mathbf{c_2}$.
3) Определить коллинеарны ли векторы $\mathbf{c_1}$ и $\mathbf{c_2}$, построенные на векторах **a** и **b**.
4) Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{c_1}$ и $\mathbf{c_2}$.
5) Компланарны ли векторы **a**, **в** и $\mathbf{c_1}$?

1. $\boldsymbol{a}(6;2;0)$, $\boldsymbol{b}(2;0;1)$, $\boldsymbol{c} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$;
2. $\boldsymbol{a}(-1;2;0)$, $\boldsymbol{b}(2;1;0)$, $\boldsymbol{c} = 4\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}$;
3. $\boldsymbol{a}(1;2;0)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}$;
4. $\boldsymbol{a}(7;3;4)$, $\boldsymbol{b}(1;0;6)$, $\boldsymbol{c} = -\boldsymbol{a} - 4\boldsymbol{b}$;
5. $\boldsymbol{a}(1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;-3)$, $\boldsymbol{c} = -2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$;
6. $\boldsymbol{a}(3;-2;0)$, $\boldsymbol{b}(2;0;5)$, $\boldsymbol{c} = 4\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$;

Инструкционная карта практического занятия №10

по теме **«Вычисление пределов функции в точке и на бесконечности»**

Цель занятия: научиться вычислять предел функции в точке и на бесконечности, применяя основные теоремы о пределах, используя различные методы вычисления пределов для раскрытия неопределенностей
Для выполнения заданий студент должен знать: понятие предела функции в точке, основные теоремы о пределах, методы вычисления пределов для раскрытия неопределенностей.
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

Методы вычисления предела функции $\lim_{x\to a} g(x)$

Основные этапы (что делать и как делать)	Пример
1. Пользуясь непрерывностью функции f(x), пробуем подставить значение x=a в функцию f(x), то есть воспользоваться равенством $\mathbf{\lim_{x\to a} f(x) = f(a)}$	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{9-x^2}{x-1} = \frac{9-2^2}{2-1} = \frac{5}{1} = 5$

2. **Если в результате подстановки x = a получили неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$**, то

а) пробуем разложить числитель и знаменатель на множители. Для разложения квадратного трехчлена ax^2+bx+c используют формулу: $\mathbf{ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)}$ Где x_1, x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$, которые определяют по формуле $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Также используют формулы сокращенного умножения. После чего надо сократить на общий множитель и найти предел оставшейся после сокращения функции по методу (1).	$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-5x+6} = \left[\frac{0}{0}\right] =$ $= \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x\to 3}\frac{x+3}{x-2} =$ $= \frac{3+3}{3-2} = 6$ $X^2-9 = (x-3)(x+3)$ – использовали формулу разности квадратов $x^2-5x+6=0$ D=$(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6 = 1$ $x_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{5+2}{2} = 3$ Тогда $x^2-5x+6 =$ $= (x-2)(x-3)$

б) если в числитель и знаменатель входят выражения с квадратными или кубическими корнями, то **умножаем числитель и знаменатель на сопряженное выражение** или на выражение, дополняющее до суммы(разности) кубов, т.е

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \pm ab + b^2)$$

После надо сократить дробь на общий множитель и найти предел функций **по методу (1)**

$$\lim_{x\to 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{(x^2 - 4^2)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} =$$

$$= \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x})^2 - 2^2} =$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)} =$$

$$= \lim_{x\to 4} \left((x + 4)(\sqrt{x} + 2)\right)$$

$$= (4 + 4)(\sqrt{4} + 2)$$

$$= 32$$

3. Если надо вычислить предел при x→∞

а) надо найти пределы числителя и знаменателя, используя теоремы о пределах и свойства бесконечно больших и бесконечно малых величин.

Если в результате имеем неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$,тогда надо разделить числитель и знаменатель на наивысшую степень аргумента, затем найти предел, используя теоремы о пределах и свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^5 - 31x + 16}{1 - x^3 - x^5} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^5\left(3 - \frac{31}{x^4} + \frac{16}{x^5}\right)}{x^5\left(\frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^2} - 1\right)}$$

$$=$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to\infty} 3 - \lim\limits_{x\to\infty} \frac{31}{x^4} + \lim\limits_{x\to\infty} \frac{16}{x^5}}{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^5} - \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} - \lim\limits_{x\to\infty} 1}$$

$$= \frac{3 - 0 + 0}{0 - 0 - 1} = -3$$

Т.к $\lim_{x\to\infty} 3 = 3$ ($\lim_{x\to a} c = c$, где c=const)

$\lim_{x\to\infty} \frac{31}{x^4} = 0$, т.к при x→∞ $x^4 \to \infty$,

Значит $\frac{31}{x^4} \to 0$ (при делении ограниченной функции на бесконечно большую получаем бесконечно малую, предел которой равен нулю)

Вопросы для самоконтроля

1) Перечислить свойства бесконечно малой величины.
2) Сформулируйте теоремы о пределах.
3) Укажите правильный ответ

Функция называется бесконечно малой при $x \to x_0$, если

a) $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x)$
b) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$
c) $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$
d) $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

4) Укажите правильный ответ

Функция называется бесконечно большой при $x \to x_0$, если

a) $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x)$
b) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$
c) $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$
d) $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

5) Укажите правильный ответ

Функция $y = \frac{1}{x-3}$ npu $x \to 3$ является

A. Бесконечно малой
B. Бесконечно большой
C. Средней
D. Постоянной

6) Укажите правильный ответ

Функция $y = \frac{2}{3-x}$ является бесконечно большой при x стремящемся к числу

a) 3
b) 2
c) 0
d) $\pm\infty$

Задания для самостоятельного решения

Вариант-1

1.Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ б)$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+3x^2+5x-6}{x^4+3x^2+7x-1}$ в) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6-x}{2x+4}$ д) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{6-3^{x+2}}{2x+4}$

Вариант-2

1. а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$; б)$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1}$; в) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{x}$

г) $\lim_{x\to 0}\frac{x^3-x^2}{x^2+3x}$ д) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}-5x}{2x+1}$ е) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x^2-6}{2x+3}$

Инструкционная карта практического занятия №11

по теме **«Исследование функции на непрерывность. Определение точек разрыва функции и характера их разрыва»**

Цель занятия: научиться исследовать функцию на непрерывность, определять точки разрыва и классифицировать их, вычисляя односторонние пределы функции в точке, применяя основные теоремы о пределах, используя различные методы вычисления пределов.
Для выполнения заданий студент должен знать: понятие непрерывной функции, классификацию точек разрыва, понятие одностороннего предела функции в точке, основные теоремы о пределах.
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

Функция $y = f(x)$ называется **непрерывной в точке** x_0**,** если:

1) $f(x)$ определена в точке x_0 и ее окрестности;

2) существуют конечные односторонние пределы

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = f(x_0 - 0) \text{ и } \lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = f(x_0 + 0);$$

3) эти пределы равны между собой и равны значению функции в точке x_0:

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = f(x_0)$$

Пример. Исследовать на непрерывность в точке $x = 1$ следующие функции:

а) $y = \dfrac{3}{x-1}$; б) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \geq 1, \\ x-2, & \text{если } x < 1; \end{cases}$ в) $y = x^2 - 5$.

Решение. а) Функция $y = \dfrac{3}{x-1}$ определена в окрестности точки $x = 1$, но в самой точке $x = 1$ она не определена, следовательно, в этой точке она не является непрерывной (не выполнено первое условие непрерывности).

б) В точке $x = 1$ функция $y = f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \geq 1, \\ x-2, & \text{если } x < 1; \end{cases}$ определена

($f(1) = 1^2 = 1$), т. е. первое условие непрерывности выполнено; второе условие также выполняется: $f(1-0) = \lim\limits_{x \to 1-0} f(x) = \lim\limits_{x \to 1-0}(x-2) = -1$;

$f(1+0) = \lim\limits_{x \to 1+0} f(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x^2 = 1$; третье условие непрерывности не выполняется, так как $\lim\limits_{x \to 1-0} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 1+0} f(x)$. Следовательно, данная функция также не является непрерывной в точке $x = 1$.

в) Функция $y = x^2 - 5$ является непрерывной в точке $x = 1$, так как выполнены все три условия непрерывности: она определена в точке $x = 1$ и ее окрестности; существуют односторонние пределы $\lim\limits_{x \to 1-0} f(x) = -4$, $\lim\limits_{x \to 1+0} f(x) = -4$; эти пределы равны между собой и равны значению функции в точке $x = 1$: $\lim\limits_{x \to 1-0} f(x) = \lim\limits_{x \to 1+0} f(x) = f(1) = -4$.

Точки, в которых хотя бы одно условие непрерывности не выполняется, называются **точками разрыва** этой функции.

Точкой разрыва первого рода функции y = f (x) называется такая точка x_0, в которой функция имеет левый и правый пределы, неравные между собой .

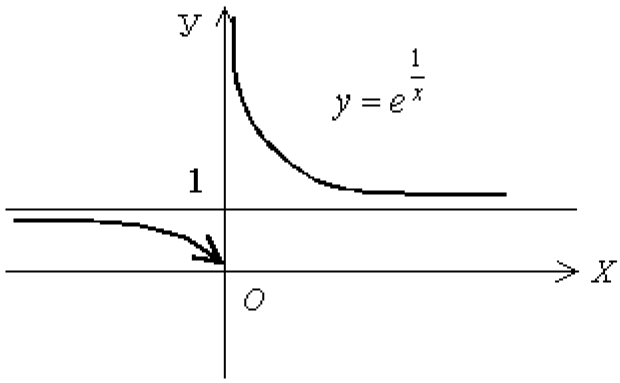
Точка x_0 называется **точкой устранимого разрыва** функции $y = f(x)$, если в этой точке существуют конечные пределы $f(x_0 - 0)$ и $f(x_0 + 0)$, они равны между собой: $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0)$, но сама функция $y = f(x)$ не определена в точке x_0, или определена, но $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x_0)$.

Точка x_0 называется **точкой разрыва второго рода** функции y = f (x), если хотя бы один из односторонних пределов не существует или равен бесконечности.

$\lim\limits_{x \to 0-0} = e^{\frac{1}{x}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$,

$\lim\limits_{x \to 0+0} = e^{\frac{1}{x}} = e^{\infty} = \infty$. $\Rightarrow x = 0$ - точка разрыва 2-го рода

Найдем $\lim\limits_{x \to \infty} = e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^{0} = 1$.

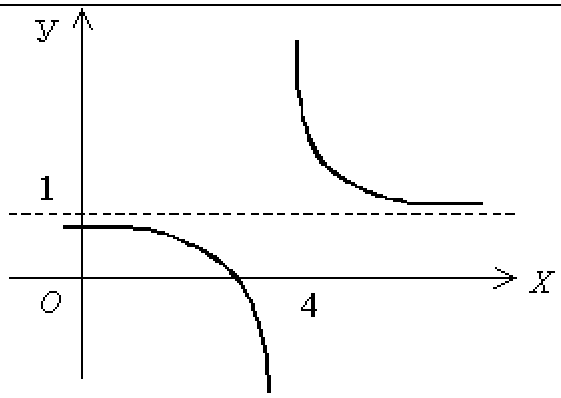


$\lim\limits_{x \to 4-0} = \frac{x}{x-4} = \frac{4}{-0} = -\infty$,

$\lim\limits_{x \to 4+0} = \frac{x}{x-4} = \frac{4}{+0} = +\infty$;

$x = 4$ - точка разрыва 2-го типа

Найдем $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{x-4} = 1$.



Вопросы для самоконтроля

1) Что называют пределом функции в точке?
2) Сформулировать определение одностороннего предела функции.
3) Как вы понимаете $x \to 5-0$; $x \to -3+0$?
4) Какая функция называется непрерывной?

5) Классификация точек разрыва.

Задания для самостоятельного решения

Вариант -1

1)Задана функция y=f(x) и два значения аргумента x_1, x_2. Установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных аргументов; в случае разрыва определить его тип.

$$f(x) = 5^{\frac{2}{x-4}},\ x_1 = 4{,}5;\ x_2 = 4.$$

2)

ля данных функций найти точки разрыва и исследовать их характер:

$$а)\ y = \frac{x^2 - 49}{x - 7};\quad б)\ y = \frac{3}{x^2 - 2x + 1};\quad в)\ y = 5^{1/x};$$

$$г)\ y = \begin{cases} x^2 + 1, при\ x \le -2 \\ \sqrt{x + 4}, при\ x > -2 \end{cases}$$

Вариант -2

1)Задана функция y=f(x) и два значения аргумента x_1, x_2. Установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных аргументов; в случае разрыва определить его тип.

$$f(x) = e^{\frac{2}{x+5}},\ x_1 = -4;\ x_2 = -5.$$

2)

ля данных функций найти точки разрыва и исследовать их характер:

$$а)\ y = \frac{5}{2x - 1};\quad б)\ y = \frac{2}{1 - x^2};\quad в)\ y = 7^{1/(x-2)};$$

$$г)\ y = \begin{cases} x + 5, при\ x \le -3 \\ \sqrt{6 - x}, при\ x > -3 \end{cases}$$

Инструкционная карта практического занятия №12

по теме **«Дифференцирование функций»**

Цель занятия: научиться вычислять производные функций, применять геометрический и физический смысл производной для решения прикладных задач.

Для выполнения заданий студент должен знать: понятие производной, правила и формулы дифференцирования, геометрический и физический смысл производной.

Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

Производная обозначается *y'* («игрек штрих») или *f'(x)* («эф штрих от икс») или $\frac{dy}{dx}$ («дэ игрек по дэ икс»).

Геометрический смысл производной:_ производная $y' = f'(x)$ функции $y= f(x)$ равна угловому коэффициенту касательной к графику этой функции в точке касания

$f'(x_0)= k_{кас}= tg\alpha$

Физический смысл производной: y'- это скорость изменения функции $y=f(x)$ относительно её аргумента *x.* Производная характеризует быстроту изменения функции, то есть, скорость роста. Отрицательная скорость роста означает падение (уменьшение) *y* при увеличении *x,* т.е. скорость убывания роста. Производная y' указывает на тенденции, характерные для изменения *y*, и позволяет судить о том, что можно ожидать при дальнейшем изменении аргумента.

<u>Правила дифференцирования</u>

1. $(u \pm v)' = u' \pm v'$
2. $(u \cdot v)' = u'v + uv'$
3. $c' = 0, где$ $c = const$
4. $(cu)' = c \cdot u'$
5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$a(t) = v'(t) = S'(t)$ **- физический смысл производной II порядка, где *a – ускорение*.**

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение приращения функции.
2. Дайте определение производной функции.
3. В чем заключается физический, геометрический смысл производной?
4. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости функции с её непрерывностью.
5. Сформулируйте и запишите правила дифференцирования.
6. Проверьте себя на знание таблицы производных основных функции.
7. Что называется дифференциалом функции?

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.

Найти производную функции:

1. $y = \frac{5}{2}x^4 - 3x^2 + 2x - 1$
2. $y = 15x^2 + e^x$
3. $y = 2x^3 + \sin x$
4. $y = (x+8)\sin x$
5. Найти значение производной $y = \frac{-2x+1}{4x+2}$ в точке $x_0 = -1$.
6. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 2t^2$. Какой формулой задается скорость движения этой точки в момент времени t.
7. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 4x^3 - 7x^2 + 2x - 1$ в точке с положительной абсциссой x_0, равен 2. Найдите x_0.

Вариант 2.

Найти производную функции

1. $y = -\frac{5}{4}x^4 + 3x^2 - 2x + 11$
2. $y = 20x^4 - e^x$
3. $y = 3\cos x + x^2$
4. $y = (3x+4)\cos x$
5. Найти значение производной $y = \frac{5-2x}{6x+4}$ в точке $x_0 = -0{,}5$.
6. Тело движется по прямой так, что его скорость v *(м/с)* изменяется по закону $v(t) = t^2 - 8t + 5$. Какую скорость приобретает тело в момент, когда его ускорение равно 12м/с$^{2.}$

7. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x)=2x^4+5x^2-3$ в точке с абсциссой $x_0=-1$.

Инструкционная карта практического занятия №13

по теме **« Решение прикладных задач с помощью производной»**

Цель занятия: научиться определять монотонность, экстремумы и точки перегиба функции, заданной аналитически и графически, решать прикладные задачи и задачи профессиональной направленности используя производную.
Для выполнения заданий студент должен знать*:* понятия возрастающей, убывающей функции, экстремума функции, правила и формулы дифференцирования, исследование функций на выпуклость и точки перегиба
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие

Ход работы

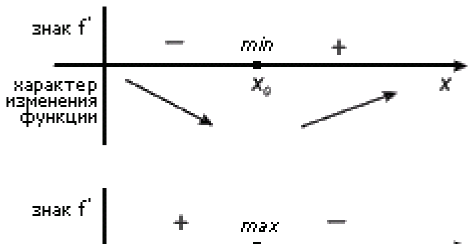
Выполнить задание, пользуясь основными положениями:

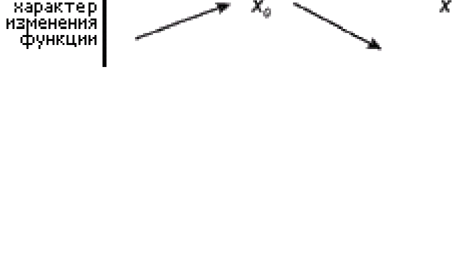
1. Используя производную, отыскать точки экстремума, участки возрастания и убывания функции.

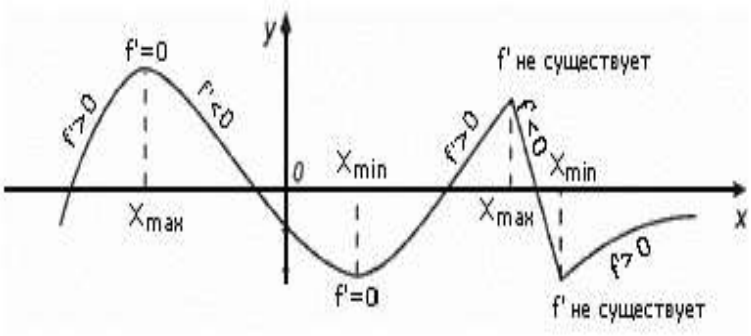
Находится производная, приравнивается к 0, найденные точки выставляются на числовой прямой; к ним добавляются те точки, в которых производная не определена. На промежутках находят знаки производной (+ - больше нуля, - - меньше нуля). Где производная положительна - функция возрастает, где отрицательна - там убывает. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки экстремума - где производная с + меняется на минус - точка максимума, а где с минуса на плюс - точки минимума.

Если при переходе через точку x_0 производная функции меняет знак, то x_0 – точка экстремума функции $f(x)$.

Примеры экстремумов:







Исследовать функцию на выпуклость и вогнутость и найти её точки перегиба.
Находится вторая производная, приравнивается к 0, найденные точки выставляются на числовой прямой; к ним добавляются те точки, в которых вторая производная не определена. На промежутках находят знаки второй производной (+ - больше нуля, - - меньше нуля). Где f’’< 0 – функция выпукла вверх, где f’’ > 0 – там выпукла вниз. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки перегиба.

Вопросы для самоконтроля

1) Сформулировать определение возрастающей (убывающей) функции.
2) Признаки возрастания (убывания) функции.
3) Дать определение экстремума функции.
4) Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы.
5) Признаки выпуклости (вогнутости) функции.
6) Алгоритм исследования функции на наличие точек перегиба.
7) В чем заключается физический, геометрический смысл производной?
8) Каков механический смысл второй производной?

Задания для самостоятельного решения

Вариант – 1

1) Исследовать функцию на монотонность и точки экстремума:
$y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 7$

2) Исследовать функцию на выпуклость и точки перегиба: $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

3) Постройте эскиз графика функции $y = f(x)$, непрерывной на отрезке $[-4;5]$,
если $f(--4) = 5$, $f(5) = 1$, $f'(x) < 0$ при $x \in (-4;-3), x \in (0;3)$,
$f'(x) > 0$ при $x \in (-3;0), x \in (3;5)$, $f'(-3) = 0$, $f'(0) = 0$, $f'(3) = 0$.

Вариант – 2

1) Исследовать функцию на монотонность и точки экстремума:

$y = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1$

2) Исследовать функцию на выпуклость и точки перегиба: $y = \sqrt{x - 2x^2}$

3) Постройте эскиз графика функции $y = f(x)$, непрерывной на отрезке [- 5;5], если

$$f(-5) = -2,\ \ f(5) = 7,\ \ f'(x) > 0 \text{ } \mathit{при}\ \ x \in (-5;-3), (1;5),$$

$$f'(x) < 0\ \ \mathit{при}\ \ x \in (-3;1),\ \ f'(-3) = 0,\ \ f'(1) - \mathit{не\ существует}.$$

Инструкционная карта практического занятия №14

по теме **«Методы вычисления определенного интеграла»**

Цель занятия: научиться вычислять неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования, применять метод замены переменной и метод интегрирования по частям.
Для выполнения заданий студент должен знать: понятия первообразной функции, неопределенного интеграла, его свойств, метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной и метод интегрирования по частям при вычислении неопределенного интеграла, таблицы интегралов.
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие.

Ход работы

Выполнить задания, пользуясь основными положениями:
Функция $F(x)$ называется ***первообразной* функции** $\boldsymbol{f(x)}$ на интервале (a,b), если для любого $x \in (a,b)$ выполняется равенство: $\boldsymbol{F'(x) = f(x)}$
Совокупность первообразных $F(x)+C$ для данной функции $f(x)$ или данного дифференциала $f(x)dx$ называют ***неопределенным интегралом*** от функции $f(x)$.
Обозначают: $\int \boldsymbol{f(x)dx}$.

<u>Свойства неопределённого интеграла</u>

1. $(\int f(x)dx)' = f(x)$
2. $d\int f(x)dx = f(x)dx$
3. $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
4. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$, где k =const
5. *Если F(x) – первообразная функции f(x), то:* $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b)+C.$
6. (инвариантность формул интегрирования). *Любая формула интегрирования сохраняет свой вид, если переменную интегрирования заменить любой дифференцируемой функцией этой переменной:*
$\int f(x)dx = F(x)+C \Rightarrow \int f(u)du = F(u)+C,$ *где u – дифференцируемая функция.*

1. $\int dx = x + C$	7. $\int \cos x = \sin x + C$
2. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$ n≠ -1	8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$
3. $\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$
4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	10. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$

5. $\int e^x dx = e^x + C$	11. $\int \frac{dx}{1+x^2} = arcctgx + C$
6. $\int \sin xdx = -\cos x + C$	12. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$

1. ***Метод непосредственного интегрирования*** заключается в использовании основных свойств неопределённого интеграла и приведение подынтегрального выражения к табличному виду.

2. Метод подстановки (введение новой переменной)

Для применения этого метода в подынтегральных выражениях должны присутствовать как сама функция, так и её производная. За новую переменную принимается сама функция.

<u>Обязательно возвращаемся к исходной переменной</u>

3. Метод интегрирования по частям

$\int ud\upsilon = u\upsilon - \int \upsilon du$ (*)

За функцию u(x) принимается либо многочлен, тогда формула (*) применяется столько раз, какова степень многочлена, либо логарифмическое выражение, либо обратная тригонометрическая функция. Оставшееся подынтегральное выражение обозначается за дифференциал dϑ.

Вопросы для самоконтроля

1. Определение и обозначение первообразной для функции.
2. Определение неопределенного интеграла. Используемое обозначение.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Таблица для интегрирования.
5. Как можно проверить правильность вычисления интеграла?
6. В чём состоит метод непосредственного интегрирования?
7. В чём состоит метод замены переменной?
8. Записать формулу для интегрирования по частям. Что обычно обозначают за u, за dϑ?

Задания для самостоятельного решения

Вариант -1

3) Вычислить интегралы методом непосредственного интегрирования

$a)\int_1^2 \left(\frac{6}{x} - 3^x\right)dx$ $\quad$ $б)\int_0^2 \left(\frac{x^2-3x}{x}\right)dx$

4) Вычислить интегралы методом замены переменной

$a)\int_0^{\pi/14}\cos 7x dx$ $\qquad$ $б)\int_0^{\pi/2}\frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$ $\qquad$ $в)\int_0^{1/2}\frac{x^3}{(x^4-1)^3}dx$

5) Вычислить интегрированием по частям $\int_0^2 (x-2)e^{2x}dx$

Вариант -2

1) Вычислить интегралы методом непосредственного интегрирования

$a)\int_0^{\pi/6}\frac{\sin 2x}{3\sin x}dx$ $\qquad$ $б)\int_1^4\left(\frac{x^3-3\sqrt{x}}{x}\right)dx$

2) Вычислить интегралы методом замены переменной

$a)\int_0^{\pi/8}\sin 8x dx$ $\qquad$ $б)\int_0^{\pi/2}\frac{\cos x dx}{\sqrt{1+2\sin x}}$ $\qquad$ $в)\int_0^2\frac{2x}{(x^2-1)^3}dx$

3) Вычислить интегрированием по частям $\int_0^2 (x-2)2^x dx$

Инструкционная карта практического занятия №15

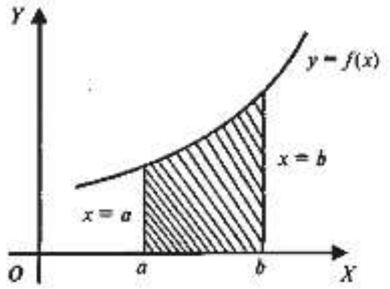
по теме **«Решение прикладных задач с помощью интеграла»**

Цель занятия: научиться применять определенный интеграл для вычисления площади криволинейной трапеции, решения прикладных задач.
Для выполнения заданий студент должен знать*:* понятия криволинейной трапеции, первообразной функции, определенного интеграла, его свойств, методов интегрирования, таблицы интегралов, формул для вычисления площади криволинейной трапеции, механического смысла интегралов.
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие.

Ход работы

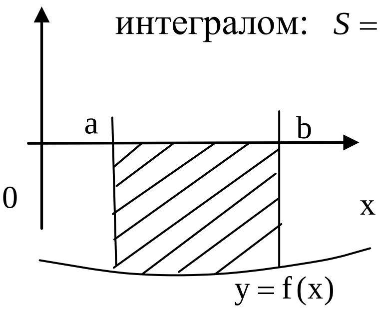
Выполнить задание, пользуясь основными положениями:
Пусть функция $y = f(x)$ непрерывна на $[a,b]$

Площадь фигуры, ограниченной кривой $y = f(x)$, где $f(x) > 0$, осью OX и двумя прямыми $x = a$ и $x = b$, выражается определённым



интегралом:
$$S = \int_a^в f(x)dx$$

Площадь фигуры, ограниченной кривой $y = f(x)$, где $f(x) < 0$, осью OX и двумя прямыми $x = a$ и $x = b$, выражается определённым интегралом: $S = -\int_a^в f(x)dx$



Площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = f(x), \quad y = g(x), \quad где \quad f(x) > g(x)$ прямыми x=a u x=b можно найти по формуле: $S = \int_a^в (f(x) - g(x))dx$

Вопросы для самоконтроля

1. Какую фигуру называют криволинейной трапецией?
2. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции.
3. В чем состоит геометрический (механический) смысл неопределенного интеграла?
4. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
5. В чем заключается геометрический (механический) смысл определенного интеграла?
6. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?

Задания для самостоятельного решения

Вариант – 1.

1) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 2\cos x, \quad y = 0, \quad x = -\frac{\pi}{2}, \quad x = \frac{\pi}{2};$ б) $y = 2x^2, \quad y = 2x,$

2) Скорость движения точки изменяется по закону $v(t) = 3t^2 + 2t + 1$. Найти путь, пройденный точкой
за 10 с от начала движения.

3) Сила 10 Н растягивает пружину на 1,2см. Какую работу она производит?

Вариант -2.

1) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3, \quad x = 1, \quad x = 3, \quad y = 0;$ б) $y = -x^2, \quad y = x^2 - 2x - 4$

3) Скорость движения точки $v = 9t^2 - 8t$. Найти путь, пройденный точкой за четвертую секунду.

4) Сила 6 Н растягивает пружину на 0,08м. Какую работу она производит?

Инструкционная карта практического занятия №16

по теме **«Исследование сходимости числовых рядов»**

Цель занятия: научиться исследовать положительные ряды на сходимость, применяя признаки Даламбера и Коши
Для выполнения заданий студент должен знать: определение числового ряда, виды рядов, определение сходящегося и расходящегося ряда, признаки сходимости положительного ряда (признак Коши, признак Даламбера).
Оборудование: инструкционная карта практического занятия, бланки заданий, конспекты занятий, учебное пособие, чертежные инструменты.

Ход работы

Выполнить задание, пользуясь основными положениями и образцами решения:

Числовым рядом называется выражение вида $a_1 + a_2 + ... + a_n + ... = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где числа a_1, a_2, …, называемые членами ряда, образуют бесконечную числовую последовательность.
Ряд называется ***сходящимся***, если последовательность его частичных сумм
$S_1 = a_1$,
$S_2 = a_1 + a_2$,
$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$,
…
$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$
при $n \to \infty$ имеет конечный предел: $\lim_{n\to\infty} S_n = S$. Этот предел называется *суммой ряда*. Если же $\lim_{n\to\infty} S_n = S$ не существует или бесконечен, то ряд называется ***расходящимся***. Для исследования рядов на сходимость существует достаточно много признаков.
Признак Даламбера
Если для ряда с положительными членами $a_1 + a_2 + ... + a_n + ... = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$
отношение *(n+1)*-го члена к *n*-му при $n \to \infty$ имеет конечный предел D ,
т.е. $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = D$, то при D <1 ряд сходится; при D >1 ряд расходится; при D =1 ряд может как сходиться, так и расходиться. В этом случае для установления сходимости нужно использовать другие признаки.
Признак Коши
Если для ряда с положительными членами $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = K$, то

при K < 1 ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится;

при K > 1 ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится;

при K = 1 ряд вопрос о сходимости ряда остается открытым.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется частичной суммой ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся?
4. Сформулировать признаки сходимости рядов.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Записать 3 первых члена и a_{n+1} для ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{4n-3}$

2. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\left(\sqrt{2}\right)^{n+1}}$

3. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Коши: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n^{2n}}$

Вариант 2

1. Записать 3 первых члена и a_{n+1} для ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2+1}{n+2}$

2. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n(n+1)}$

3. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Коши: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+3}}{n^{3n}}$

Инструкционная карта практического занятия №17

по теме **«Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье»**

Цель занятия: выработать умения и навыки раскладывать простейшие функции в ряд Фурье.
Для выполнения работы студент должен знать: определение числового ряда; определение ряда Фурье.
Оборудование: инструкционная карта практической работы, бланки заданий, конспекты занятий.

Ход работы

Выполнить задания с учетом своего варианта, пользуясь основными положениями:
Числовым рядом называется выражение вида

$a_1 + a_2 + ... + a_n + ... = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где числа a_1, a_2, …, называемые членами ряда, образуют бесконечную числовую последовательность.

Рядом Фурье функции $y = f(x)$ называется ряд

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

для которого

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx \qquad a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)cosnxdx \qquad b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nxdx$$

Теорема. Пусть функция y=f(x) непрерывна на отрезке [-π; π] и имеет на нем конечное число экстремумов. Тогда ряд Фурье этой функции сходится в каждой точке данного отрезка. Сумма этого ряда равна f(x) при x∈(-π; π) и при x= ± π равна

$$\frac{1}{2}\left(f(-\pi) + f(\pi)\right)$$

Если данная функция не является периодической, то ее ряд Фурье совпадает с периодическим продолжением этой функции с отрезка [-π; π] на всю числовую ось.

Вопросы для самоконтроля

1) Что называется числовым рядом?
2) Какой ряд называется сходящимся?
3) Дать определение ряда Фурье.
4) В каком случае функцию можно разложить в ряд Фурье?
5) Применение рядов Фурье в электротехнике.

Задания для самостоятельного решения

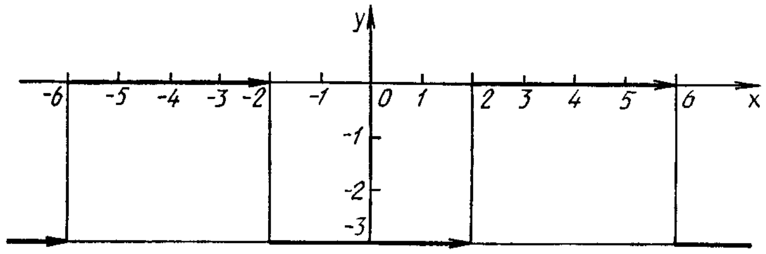
Вариант – 1

1) Разложить функцию в ряд Фурье

$a)\quad f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1\\ -1, & 1<x<2\end{cases}$

$б)*\quad f(x)=\begin{cases}\dfrac{\pi}{3}, & 0<x<\dfrac{\pi}{3}\\ 0, & \dfrac{\pi}{3}<x<\dfrac{2\pi}{3}\\ -\dfrac{\pi}{3}, & \dfrac{2\pi}{3}<x<\pi\end{cases}$

2) Разложить в ряд Фурье функцию, заданную графиком



Вариант – 2

1) Разложить функцию в ряд Фурье

$a)\quad f(x)=\begin{cases}0, & -2<x<0\\ 2, & 0<x<2\end{cases}$

$б)*\quad f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<\pi/2\\ -1, & \pi/2<x<\pi\\ 1, & \pi<x<3\pi/2\end{cases}$

2) Разложить в ряд Фурье функцию, заданную графиком