ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)
Калужский филиал ПГУПС

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по УР
____________ А.В. Полевой
*«**27**» июня 2022 г.*

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для специальности
23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог

Квалификация - **Техник**
вид подготовки - базовая

Форма обучения - очная

Калуга
2022

Рассмотрено на заседании ЦК

естественно-научных и математических дисциплин

протокол № _11_ от «_27_»_июня_ 2022 г.

Председатель ____________ /Фролова Е.А./

Фонд оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования и рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика

Разработчик программы:
Макаренко Е.Ю. – преподаватель Калужского филиала ПГУПС

Рецензенты:
Калинкина Г.Е. – преподаватель Калужского филиала ПГУПС *(внутренний рецензент)*
Федорова О.Н. – преподаватель математики высшей квалификации ГАПОУ КО «Калужский базовый медицинский колледж» *(внешний рецензент)*

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В результате освоения учебной дисциплины ЕН.01Математика обучающийся должен обладать следующими умениями, знаниями, общими и профессиональными компетенциями, предусмотренными ФГОС СПО по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог для базового вида подготовки специалистов среднего звена среднего профессионального образования.

Объектами контроля и оценки являются умения, знания, общие и профессиональные компетенции:

	Объекты контроля и оценки
У-1	Уметь использовать методы линейной алгебры.
У-2	Уметь решать основные прикладные задачи численными методами.
З-1	Знать основные понятия и методы основ линейной алгебры, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики.
З-2	Знать основные численные методы решения прикладных задач.
ОК-1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК-2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
ОК-3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
ОК-4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
ОК-5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК-6	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
ОК-7	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.
ОК-8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
ОК-9	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.
ПК-2.2	Планировать и организовывать мероприятия по соблюдению норм безопасных условий труда.
ПК-2.3	Контролировать и оценивать качество выполняемых работ.
ПК-3.1	Оформлять техническую и технологическую документацию.
ПК-3.2	Разрабатывать технологические процессы на ремонт отдельных деталей и узлов подвижного состава железных дорог в соответствии с нормативной документацией.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является *дифференцированный зачет*.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих и профессиональных компетенций:

Результаты обучения: умения, знания, общие и профессиональные компетенции	Форма контроля и оценивания
Умения:	
У-1 Уметь использовать методы линейной алгебры.	- *устный опрос;* - *письменный опрос;* - *тесты;* - *самостоятельная работа;* - *практическое занятие;* - *дифференцированный зачет.*
У-2 Уметь решать основные прикладные задачи численными методами.	- *устный опрос;* - *письменный опрос;* - *тесты;* - *самостоятельная работа;* - *практическое занятие;* - *дифференцированный зачет.*
Знания:	
З-1 Знать основные понятия и методы основ линейной алгебры, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики.	- *устный опрос;* - *письменный опрос;* - *тесты;* - *самостоятельная работа;* - *практическое занятие;* - *дифференцированный зачет.*
З-2 Знать основные численные методы решения прикладных задач.	- *устный опрос;* - *письменный опрос;* - *тесты;* - *самостоятельная работа;* - *практическое занятие;* - *дифференцированный зачет.*
Общие компетенции:	
ОК-1 Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	- *самостоятельная работа;* - *практическое занятие.*
ОК-2 Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	- *самостоятельная работа;* - *практическое занятие.*
ОК-3 Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	- *самостоятельная работа;* - *практическое занятие.*
ОК-4 Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	- *самостоятельная работа;* - *практическое занятие.*

ОК-5 Использовать информационно-коммуникацион-ные технологии в профессиональной деятельности.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ОК-6 Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ОК-7 Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ОК-8 Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ОК-9 Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
Профессиональные компетенции:	
ПК-2.2 Планировать и организовывать мероприятия по соблюдению норм безопасных условий труда.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ПК-2.3 Контролировать и оценивать качество выполняемых работ.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ПК-3.1 Оформлять техническую и технологическую документацию.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*
ПК-3.2 Разрабатывать технологические процессы на ремонт отдельных деталей и узлов подвижного состава железных дорог в соответствии с нормативной документацией.	*- самостоятельная работа;* *- практическое занятие.*

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
3.1 ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Предметом оценки служат умения, знания, общие и профессиональные компетенции, формирование которых предусмотрено ФГОГС СПО по дисциплине ЕН.01 Математика.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по разделам и темам:

Элементы учебной дисциплины	**Текущий контроль**		**Промежуточная аттестация**	
	Форма контроля	**Проверяемые У, З, ОК, ПК**	**Форма контроля**	**Проверяемые У, З, ОК, ПК**
1	**2**	**3**	**4**	**5**
Введение				
Раздел 1. Линейная алгебра				
Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними	Устный (письменный) опрос Практическое занятие №1	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Раздел 2. Основы дискретной математики	Тестовые задания	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 2.1. Основы теории множеств	Устный (письменный) опрос	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 2.2. Основы теории графов	Практическое занятие №2	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Раздел 3. Математический анализ				

Тема 3.1. Дифференциальное и интегральное исчисление	Устный (письменный) опрос Практические занятия№3-5 Тестовые задания	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Устный (письменный) опрос Практическое занятие №6 Тестовые задания	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 3.3. Ряды	Устный (письменный) опрос Практическое занятие №7	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики	Тестовые задания	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 4.1. Элементы комбинаторики	Практическое занятие №8	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 4.2. Случайные события	Практическое занятие №9	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 4.3. Случайные величины	Конспект Решение задач	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Раздел 5. Основные численные методы				

Тема 5.1. Численное интегрирование	Практическое занятие №10	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 5.2. Численное дифференцирование	Конспект Решение задач	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.		
Тема 5.3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Конспект Решение задач	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.	Дифференцированный зачет	У-1, У-2; З-1, З-2; ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9; ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2.

3.2 ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

УСТНЫЙ ОПРОС

1. Описание

Устный опрос проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения раздела/темы.

На проведение опроса отводится XX минут.

При работе обучающийся может использовать следующие источники: *указать используемы таблицы, литературу, оборудование и т.д.*

2. Критерии оценки устных ответов

Оценка «5» «отлично» - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

Оценка «4» «хорошо» - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

Оценка «3» «удовлетворительно» - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

Оценка «2» «неудовлетворительно» - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками.

3. Примерные вопросы

Раздел/Тема	Вопросы
Тема 1.1 Комплексные числа и действия над ними	1. Перечислите основные числовые множества, приведите примеры их элементов. 2. Какие числа называются комплексными? 3. Что такое мнимая единица? 4. Запишите комплексное число, определите его действительную часть, мнимую часть, изобразите это число. 5. Какие комплексные числа называются равными? 6. Какие комплексные числа называются сопряженными? Приведите пример. 7. Какие комплексные числа называются противоположными? Приведите пример. 8. Назовите операции, которые можно выполнять над комплексными числами. 9. Что называется модулем комплексного числа? Как его

	обозначают? 10. Что называется аргументом комплексного числа? Как его обозначают? 11. Алгебраическая форма записи комплексного числа и значение букв. 12. Тригонометрическая форма записи комплексного числа и значение букв. 13. Показательная форма записи комплексного числа и значение букв. 14. Запишите формулы перехода от алгебраической формы к тригонометрической.
Тема 2.1 Основы теории множеств	1. Что понимают под множеством, приведите примеры. 2. Что понимают под элементами множества? 3. Какое множество называется конечным? Приведите пример. 4. Какое множество называется пустым? 5. Какие множества называются равными? 6. Что называется подмножеством данного множества? Приведите пример. 7. Как подсчитать, сколько у множества подмножеств? 8. Назовите способы задания множеств. 9. Назовите, какие операции можно выполнять над множествами. 10. Что называется объединением множеств? 11. Что называется пересечением множеств? 12. Что называется разностью множеств? 13. Что называется дополнением множеств? 14. Какое множество называется универсальным? 15. Что называется декартовым произведением множеств? 16. Что называется декартовым квадратом множеств?
Тема 3.1 Дифференциальное и интегральное исчисление	1. Что называется производной функцией? 2. Что такое дифференцирование? 3. Запишите правила дифференцирования. 4. Чему равна производная степенной, показательной и логарифмических функций? 5. Чему равна производная тригонометрических функций? 6. Чему равна производная обратных тригонометрических функций? 7. Что называется логарифмической производной, где её используют? 8. План нахождения наибольшего и наименьшего значения функции. 9. План нахождения точек максимума и минимума функции. 10. План нахождения выпуклости и вогнутости функции. 11. Какие точки называются точками экстремума? 12. Какая функция называется функцией двух переменных?

	13. Сформулируйте правило нахождения частных производных. 14. Что называют частными производными 2-го порядка? 15. Что такое первообразная функция? 16. Что называется неопределенным интегралом? 17. Как обозначается неопределенный интеграл. Поясните каждый символ в этой записи. 18. Что такое интегрирование? 19. Перечислите свойства неопределенного интеграла. 20. $\int x^n\,dx$; $\int 0dx$; $\int dx$; $\int \frac{dx}{x}$; $\int a^x dx$; $\int e^x dx$. 21. $\int \sin x dx$; $\int \cos x dx$; $\int tgx dx$; $\int ctgx dx$; $\int \frac{dx}{cos^2x}$; $\int \frac{dx}{sin^2x}$. 22. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; $\int \frac{dx}{x^2+1}$; $\int \frac{dx}{x^2-1}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$. 23. Перечислите основные способы интегрирования. 24. Запишите формулу интегрирования по частям. 25. Что называется определенным интегралом? 26. Как обозначается определенный интеграл? Поясните каждый символ в этой записи. 27. Запишите формулу Ньютона-Лейбница. 28. Чем отличается определенный интеграл от неопределенного? 29. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла? 30. Перечислите свойства определенного интеграла, которые не имеют аналогов с неопределенным.
Тема 3.2 Обыкновенные дифференциальные уравнения	1. Какое уравнение называется дифференциальным? 2. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением I порядка? 3. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением II порядка? 4. Что называется решением дифференциального уравнения? 5. Что такое задача Коши? 6. Что называется общим решением дифференциального уравнения? 7. Какое решение дифференциального уравнения называется частным? 8. Что называется порядком дифференциального уравнения? 9. Какое дифференциальное уравнение называется с разделенными переменными? Запишите его общий вид. 10. Какое дифференциальное уравнение называется с разделяющимися переменными? Запишите его общий вид. 11. Какое дифференциальное уравнение называется однородным? Запишите его общий вид.

Тема 3.4 Ряды	1. Что называется числовым рядом? 2. Что называется элементами ряда? 3. Что такое n-ая частичная сумма? 4. Какой ряд называется сходящимся? 5. Какой ряд называется расходящимся? 6. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда. 7. Сформулируйте достаточный признак расходимости ряда. 8. Сформулируйте признак сходимости Даламбера. 9. Сформулируйте признак сходимости Коши. 10. Какой ряд называется знакопеременным? 11. Сформулируйте признак Лейбница. 12. Какой ряд называется абсолютно сходящимся? 13. Какой ряд называется условно сходящимся? 14. Какой ряд называется функциональным? 15. Какой ряд называется степенным? 16. Что называется интервалом сходимости? 17. Запишите формулы для нахождения радиуса сходимости.

ТЕСТЫ

1. Описание

Тесты проводятся с целью контроля усвоенных умений, знаний и последующего анализа типичных ошибок (затруднений) обучающихся в конце изучения раздела/темы.

На выполнение теста отводится XX минут.

2. Критерии оценки

Оценка	Количество верных ответов
«5» - отлично	Выполнено 91-100 % заданий
«4» - хорошо	Выполнено 76-90% заданий
«3» - удовлетворительно	Выполнено 61-75 % заданий
«2» - неудовлетворительно	Выполнено не более 60% заданий

3. Примерные тестовые вопросы/ задания

Раздел 2. Основы дискретной математики.

Текст задания текущего контроля по темам: «Основы теории множеств», «Основы теории графов».

Тестовое задание

1. Понятие множества является одним из основных:

а) неопределяемых понятий математики;
б) определяемых понятий математики;
в) устойчивых понятий математики;
г) нет верного ответа.

2. Множество N натуральных чисел:

а) конечно;
б) бесконечно;

в) ограничено;
г) симметрично.

3. Множество всех букв греческого алфавита:

а) бесконечно;
б) конечно;
в) пустое множество;
г) ограничено.

4. Если каждый элемент множества А является в то же время элементом множества В, то множество А называется:

а) подмножеством В;
б) множество В называется подмножеством множества А;
в) множество А не является подмножеством множества В;
г) множество В не является подмножеством множества А.

5. Пересечением множеств А и В называется множество тех и только тех элементов, которые принадлежат:

а) множеству А;
б) множеству В;
в) множеству А и множеству В одновременно;
г) нет верного ответа.

6. Объединением множеств А и В называется множество тех и только тех элементов, которые входят:

а) хотя бы в одно из множеств А и В;
б) которые состоит из тех и только тех элементов множества А, не принадлежащих множеству В;
в) которые состоит из тех и только тех элементов множества В, не принадлежащих множеству А;
г) и в множество А, и в множество В.

7. Разностью двух множеств А и В называется множество, состоящее из тех и только тех элементов:

а) множества А, которые не принадлежат множеству В;
б) множества В, которые не принадлежат множеству А;
в) множества элементов которые принадлежат множеству А и В одновременно;
г) нет верного ответа.

8. Выберите утверждение о числовых множествах, которое является истинными:

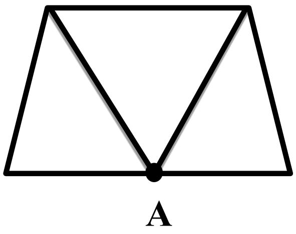
а) множество целых чисел является подмножеством множества действительных чисел;
б) множество рациональных чисел является подмножеством множества иррациональных чисел;
в) отрезок [1;2] является подмножеством промежутка (1;10];
г) интервал (-4,0) является подмножеством отрезка [-3;-1].

9. Укажите пару (x; y), находящуюся в отношении $y = \cos x$:

а) (1;1);
б) (0;1);
в) (1;0);

г) (0;-1).

10. Степень вершины A равна:

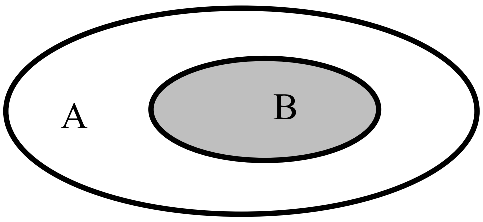


а) 3;
б) 0;
в) 4;
г) 5.

11. Даны множества: A={4;7;13}, B={0;2;4;6;8;10;12;14}. Количество элементов множества, являющегося пересечением множеств A и B, равно:

а) 1;
б) 3;
в) 8;
г) 10.

12. Даны два множества A и B.



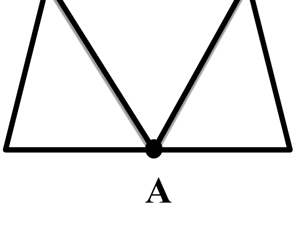
Область, выделенная серым цветом является:

а) пересечением множества A и B;
б) дополнением множества B до множества A;
в) объединением множества A и B;
г) разностью множества A и B.

13. Какое из заданных отношений обладает свойством симметричности?

а) отношение «быть меньше»;
б) отношение «быть больше»;
в) отношение «перпендикулярности прямых»;
г) отношение «быть делителем».

14. Количество ребер, идентичных вершине A, равно:

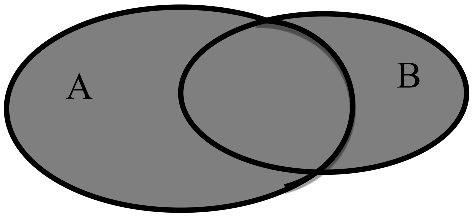


а) 0;
б) 5;

в) 4;
г) 3.

15. Выберите утверждение о числовых множествах, которое является истинным:
а) отрезок [1;10] является подмножеством промежутка (1;10];
б) множество рациональных чисел является подмножеством множества иррациональных чисел;
в) множество целых чисел является подмножеством множества действительных чисел;
г) интервал (-4;0) является подмножеством множества целых чисел.

16. Даны два множества A и B.



Область, выделенная серым цветом является:
а) пересечение множества A и B;
б) дополнение множества B до множества A;
в) объединение множества A и B;
г) разность множества A и B.

17. Укажите пустые множества среди следующих: множество целых корней уравнения $x^2-9=0$; множество целых корней уравнения $x^2+9=0$; множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}=0$.

а) множество целых корней уравнения $x^2-9=0$;
б) множество целых корней уравнения $x^2+9=0$;
в) множество целых корней уравнения $x^2-9=0$; множество целых корней уравнения $x^2+9=0$;
г) множество целых корней уравнения $x^2+9=0$; множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}=0$.

18. Заданы множества A={2; 3; 4; 5} и D={3; 4; 5}. Верным для них будет утверждение:
а) множество A – подмножество множества D;
б) множество D – подмножество множества A;
в) множество A и множество D равны;
г) множество A – множество-степень множества D.

19. Если отношение задано неравенством: $3x-4y<0$, то данному отношению принадлежит следующая пара чисел.
а) (0;1);
б) (3;1);
в) (2;0);
г) (1;0).

20. Какое из множеств определяет $A \cup B$, если $A = \{1;2;3;4;5\}$, $B = \{3;4;5;6;7\}$:

а) $\{1;4;5\}$;

б) $\{1;2;3;4;5\}$;

в) $\{1;2;3;4;5;6;7\}$;

г) $\{1;2;3;4;6;7\}$.

Раздел 3. Математический анализ

Текст задания текущего контроля по теме: «Дифференциальное исчисление».

Тестовое задание

1. Предел отношения приращения функции в точке х к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется:

а) производной функции;

б) неопределенным интегралом;

в) пределом функции;

г) первообразной.

2. Если материальная точка движется по закону $S(t)$, то первая производная от пути по времени есть:

а) угловой коэффициент;

б) ускорение движения;

в) скорость в данный момент времени;

г) нет верного ответа.

3. Геометрический смысл производной состоит в том, что:

а) она равна пределу функции;

б) она равна всегда нулю;

в) она равна угловому коэффициенту касательной;

г) она равна максимальному значению функции;

4. Дифференцирование – это:

а) вычисление предела;

б) вычисление приращения функции;

в) нахождение производной от данной функции;

г) составление уравнения нормали.

5. Эта формула выражает $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$:

а) первый замечательный предел;

б) первообразную;

в) угловой коэффициент касательной;

г) максимальное значение функции.

6. Уравнение касательной к данной линии в точке М имеет вид:

а) $y - y_0 = y'(x)(x - x_0)$;

б) $y = y'(x)(x - x_0)$;

в) $y - y_0 = x - x_0$;

г) $y = y'(x)$.

7. Производная постоянной величины равна:

а) единице;

б) самой постоянной;

в) не существует;
г) нулю.

8. При вычислении производной постоянный множитель можно:
а) возводить в квадрат;
б) выносить за знак производной;
в) не принимать во внимание;
г) принять за нуль.

9. Ускорение прямолинейного движения равно:
а) скорости от пути по времени;
б) первой производной от пути по времени;
в) второй производной от пути по времени;
г) нулю.

10. Функция возрастает на заданном промежутке, если:
а) первая производная положительна;
б) вторая производная положительна;
в) первая производная отрицательна;
г) первая производная равна нулю.

11. Найти $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2}{x+2}$:

а) не существует;

б) 0;

в) 2/3;

г) 1/2.

12. Найти $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1+x^3}{x^3+2x^2}$:

а) 1;

б) 0;

в) -1;

г) ∞.

13. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 5x}{x}$:

а) не существует;

б) 0;

в) ∞;

г) 5.

14. Найти $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1+\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)^{2x}$:

а) e^2;

б) e;

в) 1;

г) ∞.

15. Найдите производную функции $y = x^3 + \cos x$.

а) $y' = 3x^2 - \sin x$;
б) $y' = x^3 - \sin x$;
в) $y' = 3x^2 + \sin x$;
г) $y' = x^3 ln3 + \sin x$.

16. Найдите производную функции $y = 2x - \sin x$.

а) $y' = x^2 - \cos x$;
б) $y' = x^2 - \sin x$;
в) $y' = 2 - \cos x$;
г) $y' = 1 + \cos x$.

17. Найдите производную функции $y = 2^x + 1$.

а) $y' = 2^x \cdot ln2$;
б) $y' = x \cdot 2^{x-1}$;
в) $y' = \frac{2^x}{ln2}$;
г) $y' = x \cdot 2^{x-1} + 1$.

18. Найдите производную функции $y = -e^x + 3x^3$.

а) $y' = e^x + 3x$;
б) $y' = -xe^x + 9x^2$;
в) $y' = -e^x + 9x^2$;
г) $y' = -e^{x-1} + 9x^3$.

19. Найдите производную функции $y = e^{2x} - ln(3x - 5)$.

а) $y' = 2e^{2x} - \frac{3}{3x-5}$;
б) $y' = 2e^{2x} - \frac{1}{3(3x-5)}$;
в) $y' = e^{2x} - \frac{3}{3x-5}$;
г) $y' = e^{2x} - \frac{1}{3(3x-5)}$.

20. Вторая производная y'' функции $y(x)=4x^2-2x$ имеет вид:

а) $y'' = 4$;
б) $y'' = 8$;
в) $y'' = 6$;
г) $y'' = 7$.

Раздел 3. Математический анализ.

Текст задания текущего контроля по теме: «Интегральное исчисление».

Тестовое задание

1. Функция F называется первообразной для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная $F'(x)$, равная $f(x)$, т.е. $F'(x) = f(x)$ – это:

а) формула Ньютона-Лейбница;
б) дифференциал функции;
в) первообразная для функции f;
г) производная в точке.

2. Множество первообразных для данной функции $f(x)$ называется:

а) функцией;
б) неопределенным интегралом;
в) постоянным множителем;
г) частной производной;

3. Операция нахождения неопределенного интеграла называется:

а) дифференцированием функции;
б) преобразованием функции;
в) интегрированием функции;
г) нет верного ответа.

4. Непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям это:

а) методы нахождения производной;
б) методы интегрирования;
в) методы решения задачи Коши;
г) все ответы верны.

5. Производная от неопределенного интеграла равна:

а) подынтегральной функции;
б) постоянной интегрирования;
в) переменной интегрирования;
г) любой функции.

6. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы двух или нескольких функций равен:

а) произведению интегралов этих функций;
б) разности этих функций;
в) алгебраической сумме их интегралов;
г) интегралу частного этих функций.

7. Определенный интеграл вычисляют по формуле:

а) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$;

б) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

в) $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$;

г) $\int_a^b f(x)dx = F(a)$.

8. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен:

а) единице;

б) бесконечности;
в) нулю;
г) указанному пределу.

9. При перемене местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл:
а) остается прежним;
б) меняет знак;
в) увеличивается в два раза;
г) равен нулю.

10. Определенный интеграл используется при вычислении:
а) площадей плоских фигур;
б) объемов тел вращения;
в) пройденного пути;
г) всех перечисленных элементов.

11. Формула Ньютона-Лейбница имеет вид:

а) $\int\limits_a^b f(t)dt = F(b) - F(a);$

б) $\int\limits_a^b f(t)dt = F(a) - F(b);$

в) $\int\limits_a^b f(t)dt = F(a) - F(b) + c;$

г) $\int\limits_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) + c.$

12. Вычисление пути, пройденного материальной точкой, производится по формуле:

а) $S = \int\limits_{t_1}^{t_2} f(t)dt;$

б) $S = \int f(t)dt;$

в) $S = \int\limits_{t_2}^{t_1} f(t)dt;$

г) $S = dt\int\limits_{t_1}^{t_2} f(t).$

13. Если криволинейная трапеция, ограниченная линией $y = f(x) \geq 0$ и прямыми $y=0, x=a, x=b$, вращается вокруг оси x, то объем вращения вычисляется по формуле:

а) $V = \pi\int\limits_a^b y^2 dx;$

б) $V = \pi\int\limits_a^b x^2 dx;$

в) $V=\pi\int_b^a y^2dx$;

г) $V=\pi\int_b^a x^2dx$.

14. Если $y=f(x)(f(x)\geq 0)$, то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой линией, двумя прямыми $x=a$ *и* $x=b$ и отрезком оси абсцисс $a\leq x\leq b$, вычисляется по формуле:

а) $S=\int_a^b f(x)dx$;

б) $S=\int_b^a f(x)dx$;

в) $S=\int f(x)dx$;

г) $S=f(x)\int_a^b dx$.

15. Укажите первообразную функции $f(x)=3x^2-\sin x$:

а) $F(x)=x^3-\cos x$;

б) $F(x)=\dfrac{x^2}{2}-\sin x$;

в) $F(x)=x^2+\cos x$;

г) $F(x)=2-\cos x$.

16. Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3dx$ равен:

а**)** 36;
б**)** 17;
в**)** 16;
г**)** 15.

17. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y=4-x^2$, $y=0$ определяется интегралом:

а) $\int_{-2}^{0}(4-x^2)dx$;

б**)** $\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx$;

в**)** $\int_{0}^{4}(4-x^2)dx$;

г**)** $\int_{0}^{2}(4-x^2)dx$.

18. В результате подстановки $t=3x+2$ интеграл $\int\dfrac{dx}{\sqrt{3x+2}}$ приводится к виду:

а) $\int \frac{dx}{\sqrt{t}}$;

б) $\frac{1}{3}\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$;

в) $3\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$;

г) $\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$.

19. Определенный интеграл $\int_2^3 3x^2 dx$ равен:

а) 19;
б) 18;
в) 35;
г) 27.

20. Множество всех первообразных функции $y = 5x^4$ имеет вид:

а) x^5;
б) $5x^5 + C$;
в) $x^5 + C$;
г) $5x^3 + C$.

Раздел 3. Математический анализ.
Текст задания текущего контроля по теме: «Обыкновенные дифференциальные уравнения».

Тестовое задание

1. Уравнение, связывающее переменную, искомую функцию, ее производную (или дифференциал аргумента и дифференциал функции) называется:

а) дифференциальным;
б) интегральным;
в) логарифмическим;
г) показательным.

2. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка называется функция:

а) $y = \varphi(x, C)$;
б) $y = \varphi(x)$;
в) $y = C\varphi(x)$;
г) $y = C^2\varphi(x)$.

3. Частным решением уравнения $F(x, y, y') = 0$ называется решение:

а) $y = \varphi(x, C_0)$;
б) $y = \varphi(x)$;
в) $y = C_0\varphi(x)$;
г) $y = C_0\varphi(x^2)$.

4. Если дифференциальное уравнение содержит производную или дифференциал не выше второго порядка, то оно называется:

а) дифференциальным уравнением второго порядка;
б) дифференциальным уравнением первого порядка;
в) дифференциальным уравнением третьего порядка;
г) нет верного ответа.

5. Общим решением дифференциального уравнения второго порядка называется функция:

а) $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ от *x;*
б) $y=\varphi(x,C_1)$ от *x;*
в) $y=\varphi(x,C_2)$ от *x;*
г) $y=\varphi^2(x,C_1)$ от x.

6. Характеристическое уравнение дифференциального $y''-5y'+6y=0$ имеет вид:

а) $5k+6=0$;
б) $k^2-5k+6=0$;
в) $k+6=0$;
г) $k^2-5k=0$.

7. Метод решения данного уравнения $g(y)dy+f(x)dx=0$:

а) метод разделения переменных;
б) метод с постоянными коэффициентами;
в) метод параметров;
г) метод составления характеристического уравнения.

8. Дифференциальное уравнение $\cos y dx-x^2dy=0$ в результате разделения переменных сводиться к уравнению:

а) $\cos y dx-x^2dy$;
б) $\dfrac{dx}{x^2}=\dfrac{dy}{\cos^2 y}$;
в) $\dfrac{dx}{x}=\dfrac{dy}{\cos^2 y}$;
г) $\dfrac{\cos y dx}{x^2}=dy$.

9. Общим решением дифференциального уравнения называется:

а) интеграл, содержащий произвольную постоянную С;
б) интеграл ,содержащий конкретное значение С;
в) значение определенного интеграла;
г) интегральная линия дифференциального уравнения.

10. Степенью дифференциального уравнения называется:

а) показатель степени производной искомой функции, с которым эта производная входит в данное уравнение;
б) наибольшая степень выражения;
в) сумма показателей производных;
г) сумма показателей выражения.

11. Частным решением дифференциального уравнения называется:
а) интеграл, содержащий конкретное значение С;
б) интеграл, содержащий произвольную постоянную С;
в) значение определенного интеграла;
г) интегральная линия дифференциального уравнения.

12. Для нахождения частного решения дифференциального уравнения, необходимо:
а) знание начальных условий;
б) знание пределов интегрирования;
в) знание методов решения дифференциальных уравнений;
г) знание методов интегрирования.

13. Дифференциальное уравнение вида $y' + p(x) = q(x)$ называется:
а) линейным:
б) квадратным;
в) параметрическим;
г) уравнением с одной переменной.

14. Уравнение вида $y'' - py' + qy = f(x)$ называется:
а) линейным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами;
б) параметрическим уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами;
в) однородным уравнением второго порядка;
г) биквадратным уравнением.

15. Общий вид решения уравнения $y'' - py' + qy = 0$ при условии k_1, k_2 – действительные корни характеристического уравнения:
а) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$;
б) $y = C_1 e^{k_1 x}$;
в) $y = C_2 e^{k_2 x}$;
г) $y = C_1 + C_2$.

16. Дифференциальное уравнение $\dfrac{dy}{y-3} = 2dx$ в результате разделения переменных сводиться к уравнению:
а) $ydx = x^2 dy$;
б) $\dfrac{dx}{x^2} = \dfrac{dy}{y}$;
в) $\dfrac{dy}{y-3} = 2dx$;
г) $\dfrac{dy}{dx} = 2$.

17. Характеристическое уравнение дифференциального $y'' - 6y' + 13y = 0$ имеет вид:
а) $6k + 13 = 0$;
б) $k^2 - 6k + 13 = 0$;

в) $k^2 + 13 = 0$;

г) $k^2 - 6k = 0$.

18. Уравнение вида $y'' - py' + qy = 0$ является:

а) неоднородным;

б) однородным;

в) параметрическим;

г) уравнением с одной переменной.

19. Дифференциальные уравнения второго порядка решаются методом:

а) однократного интегрирования;

б) двукратным интегрированием;

в) однократным дифференцированием;

г) двукратным дифференцированием.

20. Характеристическое уравнение дифференциального $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ имеет вид:

а) $-k + \frac{1}{4} = 0$;

б) $k^2 + \frac{1}{4} = 0$;

в) $k^2 - k + \frac{1}{4} = 0$;

г) $k^2 - k = 0$.

Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики. Текст задания текущего контроля по темам: «Элементы комбинаторики», «Случайные события», «Случайные величины».

Тестовое задание

1. Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется:

а) перестановкой;

б) размещением;

в) сочетанием;

г) разностью.

2. Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется:

а) сочетанием;

б) размещением;

в) перестановкой;

г) разностью.

3. … из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

а) перестановкой;

б) размещением;

в) сочетанием;
г) разностью.

4. Событие, которое обязательно произойдет, называется:
а) невозможным;
б) достоверным;
в) случайным;
г) достоверным и случайным.

5. Событие называется …, если оно не может произойти в результате данного испытания.
а) случайным;
б) невозможным;
в) достоверным;
г) достоверным и случайным.

6. Событие А и $\bar{A}$ называется …, если непоявление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого.
а) совместимым;
б) несовместимым;
в) противоположным;
г) несовместным и противоположным.

7. Число перестановок определяется формулой:
а) $P_n=n!$
б) $C_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!m!}$
в) $C_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!+n!}$
г) $A_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!}$

8. Число сочетаний определяется формулой:
а) $C_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!}$
б) $C_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!n!}$
в) $C_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!m!}$
г) $C_n^m=\dfrac{n!}{(n-m)!+n!}$

9. Вероятность достоверного события:
а) больше 1;
б) равна 1;
в) равна 0;
г) меньше 1.

10. Вероятность невозможного события:
а) больше 1;
б) равна 1;
в) равна 0;
г) меньше 1.

11. Отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний называется:
а) классической вероятностью;
б) относительной частотой;
в) физической частотой;
г) геометрической вероятностью.

12. Отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области называется:
а) геометрической вероятностью;
б) классической вероятностью;
в) относительной частотой;
г) физической частотой;

13. Вероятность появления события А определяется неравенством:
а) $0<P(A)<1$;
б) $0\le P(A)\le 1$;
в) $0<P(A)\le 1$;
г) нет верного ответа.

14. Сумма вероятностей противоположных событий равна:
а) 1;
б) 0;
в) –1;
г) 2.

15. Вероятность $P_A(B)$ называется:
а) классической вероятностью;
б) геометрической вероятностью;
в) условной вероятностью;
г) относительной частотой.

16. Формула $P(A)=P(H_1)P_{H_1}(A)+P(H_2)P_{H_2}(A)+....+P(H_n)P_{H_n}(A)$ называется:
а) формулой полной вероятности;
б) формулой Бейеса;
в) формулой Бернулли;
г) формулой Ньютона.

17. Вычислить P_4:
а) 4;
б) 16;
в) 24;
г) 32.

18. Вычислить A_5^4:
а) 8;

б) 12;
в) 6;
г) 16.

19. Случайной величиной называется переменная величина, которая в зависимости от исходов испытания принимает то или иное значение:

а) не зависящее от случая;
б) зависящее от случая;
в) зависящее от переменной;
г) не зависящее от переменной.

20. Случайная величина, принимающая различные значения, которые можно записать в виде конечной или бесконечной последовательности, называется:

а) случайной величиной;
б) дискретной случайной величиной;
в) постоянной величиной;
г) переменной величиной.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

1. Описание

В ходе практического занятия обучающиеся приобретают умения, предусмотренные рабочей программой учебной дисциплины, учатся использовать формулы, применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.

Содержание, этапы проведения практического занятия представлены в обязательном приложении **Методические указания по проведению практических занятий по дисциплине.**

При оценивании практического занятия учитываются следующие критерии:

- качество выполнения работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Основная цель практического занятия №XX _______________ *указать основное назначение данной работы.*

На проведение практического занятия отводится XX минут.

Для формирования результатов обучения необходимо следующее оборудование: *указать используемы таблицы, литературу, оборудование и т.д.*

2. Критерии оценки практического занятия

Оценка «5» «отлично» - самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу или задание, уверенно, логично, последовательно и аргументированно излагал свое решение, используя понятия, ссылаясь на нормативно-правовую базу.

Оценка «4» «хорошо» - самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу или задание, уверенно, логично, последовательно и аргументированно излагал свое решение, используя понятия.

Оценка «3» «удовлетворительно» - в основном решил учебно-профессиональную задачу или задание, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном понятия.

Оценка «2» «неудовлетворительно» - не решил учебно-профессиональную задачу или задание.

3. Примерные задания

Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними.

Практическое занятие №1.

Тема: «Выполнение действий над комплексными числами».

Цели:

– изучить правила выполнения арифметических действий над комплексными числами;
– научиться переводить комплексные числа из арифметической записи в тригонометрическую и показательную формы;
– научиться решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Комплексными числами называют выражения вида:

z= a + bi, где a и b – действительные числа, i – мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$),

a – действительная часть комплексного числа,

bi – мнимая часть комплексного числа.

Два комплексных числа z1 = x1 + iy1 и z2 = x2 + iy2 называются равными (z1 = z2) тогда и только тогда, когда равны их действительные части и равны их мнимые части.

Два комплексных числа z = x + iy и z = x – iy, отличающиеся лишь знаком мнимой части, называются сопряженными.

Два комплексных числа z = x + iy и –z = –x – iy, отличающиеся знаками и действительной, и мнимой части, называются противоположными.

Тригонометрическая форма комплексного числа: z = r·(cosφ + i·sinφ), где $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ –модуль комплексного числа , $\varphi = arctg\,\frac{b}{a}$ – аргумент комплексного числа.

Используя формулу Эйлера eiφ= cosφ + i·sinφ , комплексное число можно записать в показательной форме: z = r · eiφ.

Ход работы

1. Изучить теоретическую часть лекции.
2. Решить задания своего варианта.

3. Сделать вывод.

Задание.

Вариант 1.

1. Выполните действия над комплексными числами: а) $(4-i)(3+2i)$; б) $\frac{2i}{1-i}$.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной форме: $-2+2i$
3. Возведите комплексное число в степень: $\left(\sqrt{3}+i\right)^7$.
4. Решите уравнение: $z^2-2z+2=0$.
5. Найдите действительные числа x и y из равенства:
$9+2ix+4iy=10i+5x-6y$.

Вариант 2.

1. Выполните действия над комплексными числами:
   а) $(3 + i)\cdot(5 + 2i)$; б) $\frac{1+2i}{6+i}$.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной форме: $2 + 3i$.
3. Возведите комплексное число в степень: $(-3+3i)^5$.
4. Решите уравнение: $z2 - 4\cdot z+13=0$.
5. Найдите действительные числа x и y из равенства:
$12+2ix-iy=7i+5x+3y$.

Вариант 3.

1. Выполните действия над комплексными числами:
   а) $(2 + 3i)\cdot(1 - i)$; б) $\frac{4+i}{2+3i}$.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной форме: $-3+3i$.
3. Возведите комплексное число в степень: $(-1+\sqrt{3}\cdot i)^4$.
4. Решите уравнение: $z2 - 2z+5=0$.
5. Найдите действительные числа x и y из равенства:
$(2x+y)-i=5+(y-x)i$.

Вариант 4.

1. Выполните действия над комплексными числами:
   а) $(2 + 5i)\cdot(3 - 2i)$; б) $\frac{5i}{-1-i}$.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной форме: $4+i$.

3. Возведите комплексное число в степень: $(-2-2\cdot i)^6$.
4. Решите уравнение: z2 – 4z+5=0.
5. Найдите действительные числа x и y из равенства:
$x + 3ix - iy = 2 - i$.

Вариант 5.
1. Выполните действия над комплексными числами:
а) (0,5 + 2i)·(–1 + i); б) $\frac{3+2i}{5-i}$.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной форме: $1 + 4i$.
3. Возведите комплексное число в степень: $(-2+2\sqrt{3}\cdot i)^3$.
4. Решите уравнение: 4z2 – 8z+5=0.
5. Найдите действительные числа x и y из равенства:
$2x - ix + y + iy = 5 - i$.

Вариант 6.
1. Выполните действия над комплексными числами:
а) (1 + 0,5i)·(-5 +2i); б) $\frac{4i}{-2+3i}$.
2. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной форме: $-1 + i$.
3. Возведите комплексное число в степень: $(3-3\sqrt{3}\cdot i)^6$.
4. Решите уравнение: z2 – 8z+17=0.
5. Найдите действительные числа x и y из равенства:
$(3i - 1)x + 2y - 3iy = 2 - 3i$.

Контрольные вопросы.
1. Дайте определение комплексного числа.
2. Какие числа называются комплексно-сопряженными?
3. Какие комплексные числа называются равными?
4. Дайте определение тригонометрической формы комплексного числа.
5. Как осуществляется переход от записи комплексного числа, заданного в алгебраической форме, к его тригонометрической форме?
6. Как умножаются и делятся комплексные числа, записанные в тригонометрической форме?
7. Как возводится в степень комплексное число, заданное в тригонометрической форме?
8. Как записать комплексное число в показательной форме?
9. Запишите формулу Эйлера.

Тема 2.2. Основы теории графов.

Практическое занятие №2.

Тема: «Способы задания графов».

Цели:

– научиться составлять математическую модель по условию задачи;
– научиться строить граф по условию задачи;
– научиться находить матрицу смежности и инцидентности для графа.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Граф – это совокупность нескольких точек (*вершин*), некоторые из которых соединены линиями (*ребрами*). Степенью вершины графа называется количество выходящих из нее ребер. При подсчёте степени ребро-петля учитывается дважды.

Инцидентность - это когда вершина является либо началом, либо концом ребра. Две вершины называются *инцидентными*, если у них есть общее ребро.

Кратные рёбра (также называемые параллельными рёбрами или мультирёбрами) — это два и более рёбра, инцидентных одним и тем же двум вершинам.

Смежность вершин графа - это когда две вершины графа соединены ребром.

Два графа называются *изоморфными* (или *равными*), если между их однотипными элементами можно установить взаимно-однозначные соответствия, сохраняющие отношение инцидентности. Изоморфные графы – это по сути один и тот же граф, но с различным обозначением (или нумерацией) вершин.

Способы задания графов:

1. *Перечисление элементов*. Исходя из определения, для того, чтобы задать граф, достаточно перечислить его вершины и ребра (т.е. пары вершин).

2. *Изображение*. Если граф не слишком большой, его можно нарисовать. В неориентированном графе ребра изображают линиями, соединяющими смежные вершины, в ориентированном – стрелками.

3. *Матрица смежности*.

Матрица смежности - это квадратная матрица, в которой и число строк, и число столбцов равно n - числу вершин графа. В ячейки матрицы смежности записываются некоторые числа в зависимости от того, соединены соответствующие вершины рёбрами или нет, и от типа графа. Матрица смежности неориентированного графа симметрична относительно главной диагонали. Матрица смежности ориентированного графа не симметрична.

4. *Матрица инцидентности*.

Матрица инцидентности - это матрица размера n x m, где n - число вершин графа, m - число рёбер графа. Обычно в матрице инцидентности строки соответствуют вершинам графа, а столбцы - рёбрам графа

5. *Списки смежности*. Этот способ часто используется для компьютерного представления графов. Состоит он в том, что для каждой вершины задается список всех смежных с ней вершин: пишется номер или имя вершины, и после двоеточия перечисляются все смежные с ней вершины.

Ход работы

1. Изучить теоретическую часть лекции.
2. Решить задания своего варианта.
3. Сделать вывод.

Задание.

1. Для заданного ориентированного графа построить матрицу смежности.

2. Для заданного неориентированного графа построить матрицу инцидентности (рис. 1).

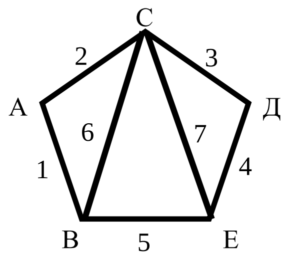


Рис. 1.

3. Из пункта А в пункт В выехали пять машин одной марки разного цвета: белая, черная, красная, синяя, зеленая. Черная едет впереди синей, зеленая впереди белой, но позади синей, красная – впереди черной. Решите задачу при помощи графа. Какая машина идет первой, какая последней?

4. С четырёх местных станций: ЕРЁМИНО, БОР, ЗЕЛЁНАЯ и СОСНОВО, ежедневно отправляются электропоезда. Приведён фрагмент расписания движения электропоездов между ними:

Станция отправления	Станция назначения	Время отправления	Время прибытия
СОСНОВО	ЗЕЛЁНАЯ	06:20	08:35
ЗЕЛЁНАЯ	ЕРЁМИНО	10:25	12:35
ЕРЁМИНО	ЗЕЛЁНАЯ	11:45	13:30
БОР	СОСНОВО	12:15	14:25
СОСНОВО	ЕРЁМИНО	12:45	16:35
ЗЕЛЁНАЯ	СОСНОВО	13:15	15:40
ЕРЁМИНО	СОСНОВО	13:40	17:25
ЕРЁМИНО	БОР	15:30	17:15

СОСНОВО	БОР	17:35	19:30
БОР	ЕРЁМИНО	19:40	21:55

Путешественник оказался на станции ЕРЁМИНО в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть на станцию СОСНОВО.

Контрольные вопросы.

1. Что такое граф?
2. Что такое инцидентное ребро или инцидентная вершина?
3. Что такое петля?
4. Какое ребро называется ориентированным?
5. Что такое кратные ребра?
6. Что такое неориентированный граф?
7. Что такое орграф?
8. Какие вершины называются смежными?
9. Что такое конечный граф?
10. Что такое пустой граф?
11. Что такое полный граф?
12. Как связаны степени вершин в орграфе?
13. Какие графы называются равными?
14. Что такое изоморфные графы?
15. Способы задания графов.
16. Что такое матрица смежности?
17. Что такое матрица инцидентности?

Тема 3.1. Дифференциальное и интегральное исчисление.

Практическое занятие №3.

Тема: «Вычисление пределов функций».

Цель:

– сформировать умение находить пределы функций, использовать замечательные пределы для нахождения пределов, раскрывать в простейших случаях неопределенности;

– закрепить навыки исследования функции на непрерывность и точки разрыва.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Иногда при подстановке в функцию предельного значения аргумента получаются выражения, не имеющие конкретного смысла:

$$\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty},\infty-\infty,1^{\infty},0\cdot\infty,0^{0},$$

их называют «неопределенностями». В этих случаях для нахождения пределов необходимо предварительно выполнить некоторые преобразования данного выражения. Например, разложение на множители, домножение на сопряженное выражение (в дробях, содержащих переменную под знаком радикала), деление числителя и знаменателя дроби на x в наивысшей степени (в случае неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$) и др.

При вычислении пределов функций нередко используют два замечательных предела:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1 \quad \text{и} \quad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e\,,\ \text{где } e=2{,}7182\ldots$$

Ход работы

1. Выполнить задание согласно варианту.
2. Проанализировать результаты.
3. Сделать выводы.

Задания:

Вариант №		**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**
Номера пределов	**1.**	3	7	11	20	24	25	3	7	11	20	24	25	3	7	11
	2.	4	8	12	4	8	12	23	26	4	8	15	17	26	23	26
	3.	1	9	14	19	22	14	19	22	9	1	22	19	14	9	1
	4.	5	6	16	10	13	27	21	18	10	21	5	6	16	27	18
	5.	28	34	29	35	30	36	28	29	30	36	35	34	29	30	34
	6.	31	37	38	32	39	33	37	32	33	39	38	40	31	32	40

1. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

2. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^2}{x^2-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{x+1}}{x}$

5. $\lim\limits_{x\to -5}\frac{x^2-25}{x+5}$

6. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+x^2}{x^2+5x+6}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{x^2-9}$

8. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$

9. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x-3}$

10. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{4x^2-11x-3}{3x^2-8x-3}$

11. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+2x+x^3}{10x^3+x^2-80}$

12. $\lim\limits_{x\to 6}\frac{6-x}{3-\sqrt{x+3}}$

13. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^2-4x-6}{4x^2-36}$

14. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+1}{5x^2-5}$

15. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$

16. $\lim\limits_{x\to -5}\frac{5x^2-125}{x+5}$

17. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{2x+4}}{x}$

18. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+x^2}{x^2+5x+6}$

19. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{3x^3+3}{6x^2-6}$

20. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2}{x^2-1}$

21. $\lim\limits_{x\to -5}\frac{x^2-25}{2x+10}$

22. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{3x-9}$

23. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{x+1}}{x}$

24. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3+6x^2+3x^3}{10x^3+x^2-80}$

25. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2+2x+1}$

26. $\lim\limits_{x\to 6}\frac{6-x}{3-\sqrt{x+3}}$

27. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+x^2}{2x^2+10x+12}$

28. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$

29. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{\sin 2x}$

30. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 17x}{8x}$

31. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{5}{x})^{x}$

32. $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+2}{x})^{2x}$

33. $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{1}{x})^{x}$

34. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

35. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{10x}$

36. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{\sin 7x}$

37. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{2}{3x})^{3x}$

38. $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+5}{x})^{2x}$

39. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{3}{x})^{2x}$

40. $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{1}{2x})^{2x}$

Контрольные вопросы.
1. Перечислите теоремы о пределах.
2. Какие виды неопределенностей могут возникать при вычислении некоторых пределов?
3. Пределы на бесконечности. Как в этом случае можно выйти из неопределенности?
4. Какие замечательные пределы вы знаете?
5. Непрерывность функции в точке
6. Условия непрерывности функции в точке
7. Что такое точка разрыва первого рода?
8.Что такое точка разрыва второго рода?
9. Что такое точка устранимого разрыва?

Тема 3.1. Дифференциальное и интегральное исчисление.

Практическое занятие №4.

Тема: «Нахождение производных сложной, показательно-степенной и параметрически заданных функций».

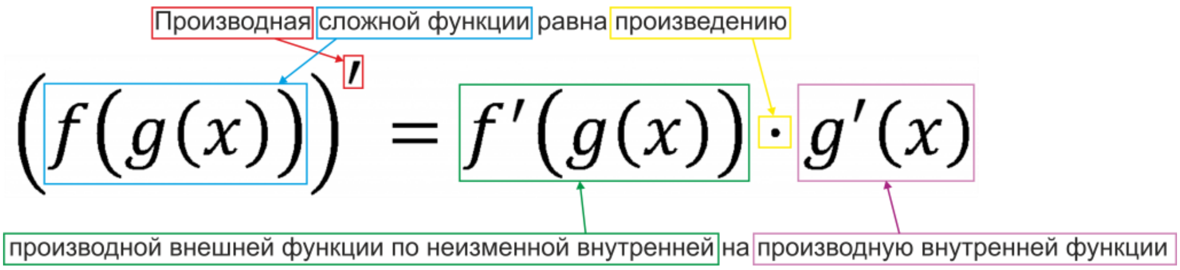
Цель: приобрести навыки вычисления производной сложной, показательно-степенной и параметрически заданных функций.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

1) *Производная сложной функции:*



Например:

$$y=((\sin x)3)'=3\cdot(\sin x)2\cdot(\sin x)'=3\cdot(\sin x)2\cdot\cos x$$

2) *Дифференцирование функции, заданной неявно:*

Пусть дано уравнение $F(x,y)=0$, не разрешенное относительно y. Если существует $y=f(x)$ такая, что $F[x,f(x)]=0$, то говорят, что уравнение $F(x,y)=0$ задает y как функцию от x *неявно*. Обычное задание функции $y=f(x)$ называют *явным*.

Производная неявной функции находится с помощью использования готовой формулы:

$$y'_x = -\frac{F'_x(x;y)}{F'_y(x;y)}$$

где $F'_x(x;y)$ и $F'_y(x;y)$ *частные производные* по *x* и по *y* соответственно.

***3)** Производная показательно-степенной функции:*

Показательно-степенной функцией называется функция вида *y(x)=u(x)*$^{v(x)}$, где *u(x)* и *v(x)* – функции от *x*.

При нахождении производной показательно-степенной функции рационально использовать *логарифмическое дифференцирование*. Для этого логарифмируем левую и правую часть:

$$\ln y(x) = \ln u(x)^{v(x)}$$

далее по свойствам логарифма

$$\ln y(x) = v(x) \cdot \ln u(x)$$

Тогда

$$(\ln y(x))' = (v(x) \cdot \ln u(x))'$$

Производную в левой части равенства находим как производную сложной функции, а в правой - как производную произведения:

$$\frac{y'(x)}{y(x)} = v'(x) \cdot \ln u(x) + v(x) \cdot \frac{u'(x)}{u(x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'(x) = y(x) \cdot \left(v'(x) \cdot \ln u(x) + v(x) \cdot \frac{u'(x)}{u(x)} \right)$$

***4)** Производная функции, заданной параметрически.*

Зависимость функции *y* от аргумента *x* может осуществляться через посредство третьей переменной *t*, называемой параметром:

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases} (a \le t \le b)$$

В этом случае говорят, что функция *y* от *x задана параметрически*. Предположим, что на некотором промежутке функции *x=φ(t)* и *y=ψ(t)* имеют производные, причем *φ'(t)≠0*. Производная параметрической функции равна частному производных y и x, взятых по переменной t:

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$$

Ход работы

1. Выполнить задание согласно варианту.
2. Проанализировать результаты.
3. Сделать выводы.

Задание:

Вариант 1

1. Найти производные сложных функций:

а) $y = \cos(x^3 - 5x - \sqrt{11})$;

б) $y = \ln^2(5^{x+1} + e^x)$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $y^2 x + 1 = e^x - 3y$;

б) $y = x^{\sqrt{x}}$;

в) $\begin{cases} x = 2t - \sin t, \\ y = t \cdot \cos t. \end{cases}$

Вариант 2

1. Найти производные сложных функций:

а) $y = \sin(2x^2 - 6x + 8)$;

б) $y = 3 \cdot ln^4 2x$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $x^2 \cdot y^3 - y^2 - xy = 1$;

б) $y = x^{2x}$;

в) $\begin{cases} x = 1 - t, \\ y = t - t^2 \end{cases}$

Вариант 3

1. Найти производные сложных функций:

а) $y = \cos(5 - 4x^3 + 8x^6)$;

б) $y = 3 \cdot lg^2 4x + 1$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $2x^3 y^2 - y^3 - 3x = 0$;

б) $y = x^{\sin x}$;

в) $\begin{cases} x = e^t, \\ y = 1 + e^{2t}. \end{cases}$

Вариант 4

1. Найти производные сложных функций:

а) $y = \sqrt[3]{2x^2 + 5x - 1}$;

б) $y = 4 \cdot sin^3(2x^2 – x^3)$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $x^2 + y^2 = xy$;

б) $y = x^{\ln x}$;

в) $\begin{cases} x = \ln(t), \\ y = \sin(t). \end{cases}$

Вариант 5

1. Найти производные сложных функций:

а) $y = 4^{x^2 + x + 1}$;

б) $y = 8 \cdot ctg(4x^2 – x + 5)$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $2xy^2 - y\sqrt{x} = 3$;

б) $y = (\sin x)^x$;

в) $\begin{cases} x = 2\sin^3 t\,, \\ y = 4\cos^3 t. \end{cases}$

Вариант 6

1. Найти производные сложных функций:

а) $y = (x^2 + 2x - 6)^7$;

б) $y = 9 \cdot \cos^4(3 - e^x + 5x)$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $x^2 - \ln(xy) = 0$;

б) $y = (\mathrm{tg}(x))^{\cos x}$;

в) $\begin{cases} x = 2^{\sqrt{t}}, \\ y = \sqrt{t}. \end{cases}$

Контрольные вопросы.

1. Что называется производной функцией?
2. Что такое дифференцирование?
3. Запишите правила дифференцирования.
4. Чему равна производная степенной, показательной и логарифмических функций?
5. Чему равна производная тригонометрических функций?
6. Чему равна производная обратных тригонометрических функций?
7. Что называется логарифмической производной, где её используют?

Тема 3.1. Дифференциальное и интегральное исчисление.

Практическое занятие №5.

Тема: «Вычисление интегралов».

Цель:

– закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами;
– закрепить навыки вычисления определенных интегралов различными способами;
– закрепить навыки применения определенного интеграла при решении задач прикладного характера.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Методы интегрирования:

1. Непосредственное интегрирование – основано на прямом использовании таблицы интегралов.
2. Метод подстановки.

Неопределенный интеграл $\int f(x)dx$ преобразуется в интеграл $\int F(u)du$, который легко вычисляется по какой-либо из основных формул интегрирования. Для этого вводится подстановка $u = \varphi(x)$ и находится дифференциал

$du = \varphi'(x)dx$. После того как интеграл относительно новой переменной u будет найден, с помощью подстановки $u = \varphi(x)$ он приводится к переменной x.

Определенный интеграл вычисляется по такому же принципу, при этом старые пределы интегрирования a и b заменяются соответственно новыми пределами интегрирования α и β, которые находятся из исходной подстановки.

3. Метод интегрирования по частям.

Для нахождения неопределенного интеграла используется формула:

$$\int udv = uv - \int vdu \quad (1)$$

Формулой (1) удобно пользоваться тогда, когда проще найти $\int vdu$, чем $\int udv$.

Множитель u стараются выбрать так, чтобы u' было проще, чем u.

Для нахождения неопределенного интеграла используется формула:

$$\int_a^b udv = uv \Big|_a^b - \int_a^b vdu \quad (2)$$

Ход работы

1. Выполнить задание согласно варианту.
2. Проанализировать результаты.
3. Сделать выводы.

Задание:

Вариант 1

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8\right) dx$;

б) $\int \sin^2 x \cos x \, dx$;

в) $\int e^x \cos x \, dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1)dx$;

б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2\sin x + 1} \cos x dx$;

в) $\int_0^1 x ln(1 + x^2)dx$.

3. Скорость движения материальной точки изменяется по закону: v(t)=5t^2–2t+3 (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за первые 3сек.

Вариант 2

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int (6x^3 - 3x^2 + 2x - 5)dx$;

б) $\int cos^2 x \sin x \, dx$;

в) $\int x^5 lnx \, dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{-1}^{2}(2x-3x^2+4x^3)dx$;

б) $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} e^{\sin x}\cos x dx$;

в) $\int_{0}^{2} 3xe^{-x}dx$.

3. Скорость движения материальной точки изменяется по закону: v(t)= 2+3t^2–4t (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за первые 2сек.

Вариант 3

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int(4x^3-15x^2+14x-3)dx$;

б) $\int sin\ 2x\ dx$;

в) $\int \frac{lnx}{x^2}dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{1}^{5}((x-3)^2-4)dx$;

б) $\int_{0}^{1}(2x^3+1)^4 x^2\mathrm{dx}$;

в) $\int_{0}^{\pi} x\cos x\, dx$.

3. Скорость движения материальной точки изменяется по закону: v(t)= t^2 –8t –17 (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за первые 3сек.

Вариант 4

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int(3x^{-4}-8x^{-5}+x-10)dx$;

б) $\int\sqrt{1+x^3}\,x^2dx$;

в) $\int(1-x)\sin x\, dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{-1}^{1}(2x+3x^2+4x^3+5x^4)dx$;

б) $\int_{0}^{4} 6x^2\sqrt{x^3-1}dx;$

в) $\int_{-\pi}^{\pi}(x+1)\cos 2x\, dx$.

3. Скорость движения материальной точки изменяется по закону: v(t)=6t^2+2t+3 (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за первые 4сек.

Вариант 5

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int(2x^4-3x^{-2}+5x+7)dx$;

б) $\int\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}dx$;

в) $\int e^x\sin x\, dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{-2}^{3}(4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)dx$;

б) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} 12^{\sin x} \cos x \, dx$;

в) $\int_{0}^{1} x^2 e^x dx$.

3. Скорость движения материальной точки изменяется по закону: v(t)=4t^2+3t+1 (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за первые 5сек.

Вариант 6

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \left(\frac{5}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^3 - 3x + 11\right) dx$;

б) $\int \sqrt{2x^2 + 1}\, x dx$;

в) $\int x \sin x \, dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{-1}^{2}(x + 1)^2 dx$;

б) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3 \sin x + 1} \cos x dx$;

в) $\int_{0}^{3} 2x ln(1 + x^2)dx$.

3. Скорость движения материальной точки изменяется по закону: v(t)=12–t+9t^2 (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за первые 3сек.

Контрольные вопросы.

1. Что такое первообразная функция?
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
4. Перечислите основные способы интегрирования.
5. Запишите формулу интегрирования по частям.
6. Что называется определенным интегралом?
7. Как обозначается определенный интеграл? Поясните каждый символ в этой записи.
8. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
9. Чем отличается определенный интеграл от неопределенного?
10. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
11. Перечислите свойства определенного интеграла.

Тема 3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Практическое занятие №6.

Тема: «Нахождение решений дифференциальных уравнений».

Цель:

– научиться находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого и второго порядков;
– научиться применять обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков для решения задач.

Время выполнения: 45 минут.
Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Ход работы

1. Решить дифференциальные уравнения:

№ варианта	Первое дифференциальное уравнение	Второе дифференциальное уравнение	Третье дифференциальное уравнение
1	$\frac{dx}{y^2}=\frac{3dy}{x^2}$	$(x+xy)y'=y-xy$	$y''+3y'+2y=0$ y(0)= - 1, y'(0)=3
2	$\sqrt{y}dy=3\sqrt{x}dx$	$x+yy'=0$	$y''+2y'-5y=0$ y(0)=0, y'(0)=1
3	$\frac{dy}{dx}=\cos x-\sin x$	$y'=4x\sqrt{y}$	$y''-2y'+y=0$ y(0)=4, y'(0)=2
4	$dy=(3-4x)dx$	$y'=xy^2$	$y''+4y=0$ y($\frac{\pi}{4}$)=1, y'($\frac{\pi}{4}$)= - 2
5	$\frac{dy}{dx}=6x^2-8x+1$	$y'=-\frac{x}{y}$	$y''-2y'-3y=0$ y(0)=8, y'(0)=0
6	$\sin x-\cos x=\frac{dy}{dx}$	$y'=-\frac{y\cos x}{1+y}$	$y''-9y=0$ y(0)=2, y'(0)=6

2. Решить задачу из электротехники согласно алгоритму.

Конденсатор емкостью Q включается в цепь с напряжением U и сопротивлением R. Определить заряд q конденсатора в момент t после выключения.

Решение:

1) Сила тока I представляет собой производную количества электричества q, прошедшего через проводник, по времени , т.е. **I=**$\frac{dq}{dt}$. В цепи действует электродвижущая сила **E**, равная разности между напряжени-

ем цепи **U** и напряжением конденсатора $\frac{q}{Q}$, т. е. **E=U -** $\frac{q}{Q}$**.** Согласно Закону Ома, **I=**$\frac{E}{R}$**.**

2) Теперь можно составить уравнение $\frac{dq}{dt}=\frac{U-\frac{q}{Q}.}{R}$ или $\frac{dq}{dt}+\frac{q}{QR}=\frac{U}{R}$.

Это линейное уравнение первого порядка. Его общее решение имеет вид

q=Ce $^{-\frac{t}{QR}}$ **+ UQ**.

3) По условию **q=0** при **t=0** и, значит, ________ , т.е.С=______ . Таким образом, заряд конденсатора в момент t выражается формулой q=______________.

3. Решить задачи с помощью дифференциальных уравнений (**на «отлично»**):

а) При разгоне двигателя потребляемая мощность меняется по закону $N = 0{,}1t^3$, где t – в *сек*, N – в *кВт*. Найти работу, затраченную на разгон двигателя, если время разгона равно 3 *сек*. Силами сопротивления пренебречь.

б) Ускорение поезда, имеющего начальную скорость ϑ_0, прямо пропорционально силе тяги F и обратно пропорционально массе поезда m. Сила тяги локомотива $F = k\vartheta$, где ϑ – скорость. Найдите силу тяги локомотива, если $F = F_0$ при $\vartheta = \vartheta_0$.

Контрольные вопросы.
1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением I порядка?
3. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением II порядка?
4. Что называется решением дифференциального уравнения?
5. Что такое задача Коши?
6. Что называется общим решением дифференциального уравнения?

Тема 3.3. Ряды.

Практическое занятие №7.
Тема: «Исследование числовых рядов».

Цель: научиться исследовать числовые ряды на сходимость.
Время выполнения: 45 минут.
Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).
Теория:

Числовой ряд – это сумма членов числовой последовательности вида:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

Частичная сумма числового ряда – это сумма вида $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$, где n – некоторое натуральное число.

Числовой ряд называется *сходящимся*, если существует конечный предел последовательности частичных сумм $S = \lim_{n\to\infty} S_n$.

Если предел последовательности частичных сумм числового ряда не существует или бесконечен, то ряд называется *расходящимся*.

Необходимый признак сходимости ряда:

Если общий член ряда стремится к нулю, то ряд сходится.

Достаточный признак расходимости ряда:

Если общий член ряда не стремится к нулю, то ряд расходится.

Признак Даламбера:

Рассмотрим *положительный числовой ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Если существует предел отношения последующего члена к предыдущему:

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = D$, то:

а) При $D < 1$ ряд *сходится.*

б) При $D > 1$ ряд *расходится.*

в) При $D = 1$ *признак не дает ответа.*

Радикальный признак Коши:

Рассмотрим *положительный числовой ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Если существует предел: $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = D$, то:

а) При $D < 1$ ряд *сходится.*

б) При $D > 1$ ряд *расходится.*

в) При $D = 1$ *признак не дает ответа.*

Если признак Коши не даёт ответа на вопрос о сходимости ряда, то признак Даламбера тоже не даст ответа. Но если признак Даламбера не даёт ответа, то признак Коши вполне может «сработать». То есть, признак Коши является в этом смысле более сильным признаком.

Ход работы

1. Записать первые четыре элемента ряда:

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

2. Исследовать ряды на сходимость:

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
1	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{n\cdot(n+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot(n-2)}{4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n-1)\cdot(n+1)}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)^2}{2^n}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n2^{2n-1}}{3^{2n+1}}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)^2 3^n}{(n+3)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{2n}}{(n+1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5}{(n+2)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot 2^{3n+1}}{(n-1)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n-1}}{(2n)!}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^2+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2}{n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^4+5}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n}{3n^2+2}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n}{2n^3+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^6}{n^5+10}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2}{3n^4+2}\right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^3}{n-5}\right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{10n}{2n+0.05}\right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{15n^2}{3n-0.2}\right)^n$	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{6n^2}{12n^2-1}\right)^n$

Контрольные вопросы.

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется элементами ряда?
3. Что такое n-ая частичная сумма?
4. Какой ряд называется сходящимся?
5. Какой ряд называется расходящимся?
6. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
7. Сформулируйте достаточный признак расходимости ряда
8. Сформулируйте признак сходимости Даламбера.
9. Сформулируйте признак сходимости Коши.

Тема 4.1. Элементы комбинаторики.

Практическое занятие №8.

Тема: «Решение комбинаторных задач».

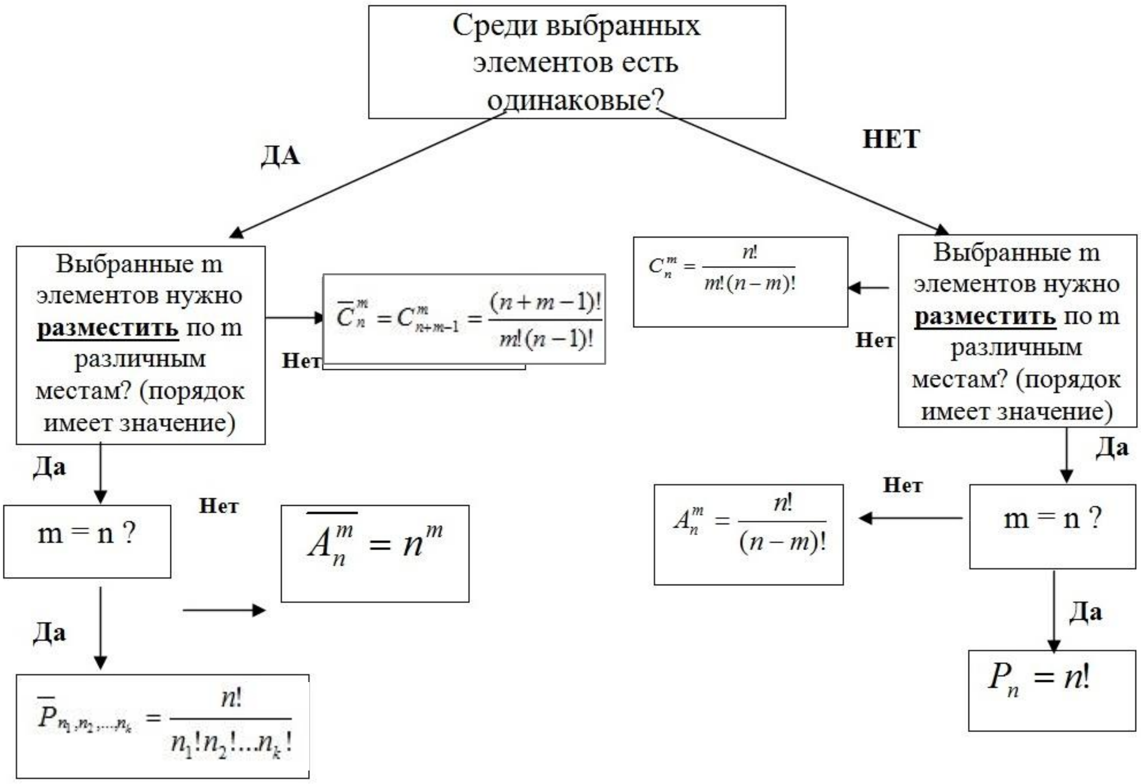
Цель: научиться определять тип комбинаторного объекта, рассчитывать количество выборок типа в заданных условиях.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Алгоритм решения комбинаторных задач:



Свойства сочетаний: 1) $C_n^k = C_n^{n-k}$

2) $C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k$ (k < n).

Правила сложения и умножения в комбинаторике:

1) Правило суммы: Если два действия A и B взаимно исключают друг друга, причем действие A можно выполнить m способами, а B – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо A, либо B) можно $n + m$ способами.

2) Правило произведения: Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить n_1 способами, второе действие n_2 способами, третье – n_3 способами и так до k-*го* действия, которое можно выполнить n_k способами, то все k действий вместе могут быть выполнены $N = n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$ способами.

Ход работы

1. Выполнить задание согласно варианту.
2. Проанализировать результаты.
3. Сделать выводы.

Задание.

Вариант 1.

1. Вычислить: $\frac{A_{20}^6 + A_{20}^5}{A_{20}^4}$.

2. Найти n, если: $5C_n^3 = C_{n+2}^4$.

3. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что в каждом числе нет одинаковых цифр?

4. В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: наполеоны, эклеры, песочные и слоеные. Сколькими способами можно купить 7 пирожных, считая, что пирожных каждого сорта не менее семи?

Вариант 2.

1. Вычислить: $C_7^4 + C_6^2 + C_5^3$.

2. Найти n, если: $A_n^5 = 18A_{n-2}^4$.

3. Сколькими способами можно распределить пять машинистов на пять электропоездов по одному человеку на поезд?

4. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

Вариант 3.

1. Вычислить: $A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$.

2. Найти n, если: $A_n^4 P_{n-4} = 42P_{n-2}$.

3. Из десяти машинистов надо выбрать семерых для работы по определенным дням недели. Сколькими способами можно это сделать?

4. На железнодорожной станции *5* семафоров. Сколько можно дать различных сигналов, если каждый семафор имеет три состояния: красный, желтый, зеленый?

Контрольные вопросы.

1. Что изучает комбинаторика?
2. Сформулируйте основные принципы комбинаторики.
3. Как вычислить количество способов выбора элементов с возвращением?
4. Чем отличаются комбинации размещения и комбинации сочетания?
5. Напишите формулы вычисления количества комбинаций размещений и сочетаний.
6. Каким образом при решении задач определить, какой формулой при вычисление количества комбинаций надо пользоваться?

Тема 4.2. Случайные события.

Практическое занятие №9.

Тема: «Решение задач на нахождение вероятности события».

Цель: приобрести навыки решения задач на определение вероятности с использованием теоремы сложения и умножения вероятностей событий.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Суммой событий *A* и *B* называется событие *A*+*B*, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий: *A* или *B*.

Случайные события называются *несовместными* в данном испытании, если никакие два из них не могут появиться вместе.

Случайные события A и B называются *совместными*, если при данном испытании могут произойти оба эти события.

Произведением событий A и B называется событие $A \cdot B$, которое наступает тогда и только тогда, когда наступают оба события: A и B одновременно.

Теорема сложения вероятностей:

1) Вероятность появления одного из двух *несовместных* событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

2) Вероятность суммы *совместных* событий вычисляется по формуле

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A \cdot B).$$

События событий A и B называются *независимыми*, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого. Событие A называется *зависимым* от события B, если вероятность события A меняется в зависимости от того, произошло событие B или нет.

Теорема об умножении вероятностей:

1) Вероятность произведения *независимых* событий A и B вычисляется по формуле:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

2) Вероятность совместного появления двух *зависимых* событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность второго, вычисленную при условии, что первое событие произошло, т.е. $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = P(A) \cdot P(B|A)$.

(Условной вероятностью $P(B|A)$ называют вероятность события B, вычисленную в предположении, что событие A уже наступило).

Случайные события образуют *полную группу*, если при каждом испытании может появиться любое из них и не может появиться какое-либо иное событие, несовместное с ними.

Формула полной вероятности события:

Если событие A может произойти только при выполнении одного из событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$, которые образуют полную группу несовместных событий, то вероятность события A вычисляется по формуле:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \ldots + P(B_n)P(A|B_n)$$

Формула Байеса:

Если событие A может произойти только вместе с каким-либо из событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$, которые будем называть *гипотезами*, то это может изменить вероятности гипотез $P(B_1), P(B_2), \ldots, P(B_n)$. Тогда вероятности гипотез вычисляются по формуле:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}, \ i = 1, \ldots, n.$$

Ход работы

4. Выполнить задание согласно варианту.
5. Проанализировать результаты.
6. Сделать выводы.

Задание.

Вариант 1

1. Какова вероятность, что из 50 пронумерованных жетонов извлеченный наугад жетон содержит только одну цифру 3?
2. Набирая номер телефона, абонент забыл три последние цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
3. Тепловоз 2ТЭ-10Л (в двухсекционном варианте) имеет 2 дизеля по 2200 кВт. Вероятность нормальной работы каждого 0,97. С какой вероятностью бесперебойно будет работать хотя бы один дизель?

Вариант 2

1. В ящике 40 деталей: 20 – 1 сорта, 15 – 2 сорта, 5- 3 сорта. Найдите вероятность того, что наугад извлеченная деталь окажется не третьего сорта.
2. Абонент забыл последнюю цифру телефонного номера и набрал ее наудачу, помня только, что эта цифра нечетная. Найти вероятность того, что номер набран правильно.
3. Учитель знает, что 3 мальчика и 5 девочек из группы, в которой 10 мальчиков и 20 девочек, накануне были в кино и не выучили урок. К сожалению, учитель не знает их фамилии, но очень хочет поставить кому-нибудь двойку. Кого ему лучше вызвать к доске мальчика или девочку?

Вариант 3

1. Бросили два кубика. Какова вероятность, что сумма очков на них равна 5?
2. В лотерее участвует 100 билетов и разыгрывается 1 приз. Какова вероятность того, что вы ничего не выиграете на свой единственный билет?
3. В самолете 4 двигателя. Вероятность нормальной работы каждого 0,95. Какова вероятность, что в полете возникнут неполадки во всех четырех двигателях?

Дополнительное задание (на «5»):

1. В группе 16 учащихся, среди них два друга Олег и Михаил. Группу случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Михаил окажутся в одной группе.
2. Девять детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них Сергей и его сестра Маша. Какова вероятность, что Сергей и Маша окажутся рядом?
3. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9, в третье - 0,8. Найти вероятность следующих событий:
   а) только одно отделение получит газеты вовремя;
   б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

Контрольные вопросы.

1. Что такое событие?

2. Какие виды событий Вы знаете?
3. Дайте определение полной группы событий.
4. Сформулируйте классическое определение вероятности.
5. Чему равна вероятность суммы двух несовместных событий?
6. Чему равна сумма вероятностей событий, образующих полную группу?
7. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
8. Напишите определение условной вероятности.
9. Сформулируйте определение независимых событий.
10. Чему равна вероятность произведения двух независимых событий?
11. Чему равна вероятность произведения двух зависимых событий?
12. Сформулируйте определение совместных событий.
13. Напишите формулу полной вероятности.
14. Сформулируйте теорему Байеса.

Тема 5.2. Численное интегрирование.

Практическое занятие №10.

Тема: «Вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона».

Цель: приобрести навыки вычисления определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона.

Время выполнения: 45 минут.

Оборудование: методические рекомендации к выполнению работы; задания для проведения практического занятия (раздаточный материал).

Теория:

Численное интегрирование — вычисление значения определённого интеграла (как правило, приближённое). Под численным интегрированием понимают набор численных методов отыскания значения определённого интеграла.

Численное интегрирование применяется, когда:

- сама подынтегральная функция не задана аналитически. Например, она представлена в виде таблицы (массива) значений в узлах некоторой расчётной сетки.
- аналитическое представление подынтегральной функции известно, но её первообразная не выражается через аналитические функции. Например, $f(x) = \exp(-x^2)$.

1. Метод прямоугольников: если $h = \frac{b-a}{n}$, то

$$I \approx h \cdot \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-\frac{1}{2}})$$

2. Метод трапеций:

$$I \approx h \left(\frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right),$$

3. Метод парабол (**метод Симпсона**):

$$I \approx \frac{h}{3} \cdot [y_0 + y_n + 4 \cdot (y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2 \cdot (y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})].$$

Для уменьшения погрешности отрезок интегрирования разбивают на части и применяют численный метод для оценки интеграла на каждой из них. При стремлении количества разбиений к бесконечности оценка интеграла стремится к его истинному значению для аналитических функций для любого численного метода.

Ход работы:

1. Вычислите определенный интеграл $\int_a^b f(x)\,dx$ с помощью формул интегрирования (см. данные в таблице согласно варианту).
2. Вычислите этот же интеграл численными методами (отрезок [a; b] разделите на 10 равных частей):
   а) методом прямоугольников,
   б) методом трапеций,
   в) методом Симпсона.
3. Оцените погрешности приближенных вычислений.
4. Постройте график подынтегральной функции.
5. Сделайте выводы.

Задание

№ варианта	f(x)	a	b
1	$x^2 - 1$	2	9
2	$x^2 + 2x$	1	7
3	$2x^2 + 1$	2	6
4	$2 + x^2$	1	7
5	$x + x^2$	1	5
6	$x^2 + 4$	1	9

Дополнительное задание (на «5»):

Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \sqrt{1 + x^3} \cdot x^2 dx$ аналитически и с помощью численных методов. Оцените погрешности приближенных вычислений. Постройте график подынтегральной функции.

Контрольные вопросы.

1. Как выглядит формула прямоугольников для вычисления определенного интеграла?
2. Как выглядит формула трапеций для вычисления определенного интеграла?
3. Как выглядит формула Симпсона для вычисления определенного интеграла?
4. Какой из приближенных методов вычисления определенного интеграла даёт большую точность?

4. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Предметом оценки являются сформированные умения и знания, а также динамика освоения общих и профессиональных компетенций. Оценка освоения учебной дисциплины предусматривает ***дифференцированный зачет*** как форму промежуточной аттестации.

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЕТ

1. Условия аттестации: аттестация проводится в форме дифференцированного зачета по завершению освоения учебного материала дисциплины и положительных результатах текущего контроля успеваемости.

2. Время аттестации: На проведение аттестации отводится 1 академический час.

3. План варианта (соотношение контрольных задач/вопросов с содержанием учебного материала в контексте характера действий аттестуемых).

4. Общие условия оценивания

Оценка по промежуточной аттестации носит комплексный характер и включает в себя:

- результаты прохождения текущего контроля успеваемости;
- результаты выполнения аттестационных заданий.

5. Критерии оценки.

Алгоритм проверки тестового задания:

- за правильный ответ тестируемый получает 1 балл;
- за неправильный ответ тестируемый получает 0 баллов.

Критерии оценки	***Шкала оценивания***
18 и более правильных ответов	5 «отлично»
15-17 правильных ответов	4 «хорошо»
9-14 правильных ответов	3 «удовлетворительно»
менее 9 правильных ответов	2 «неудовлетворительно»

6. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовки обучающихся к дифференцированному зачету:

Основная учебная литература

1. Богомолов, Н.В. Математика: учебник для СПО / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – М: Издательство Юрайт, 2017. – 396 с.
2. Высшая математика: учебник и практикум для СПО / под общ. ред. М.Б. Хрипуновой, И.И. Цыганок. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 474 с.

Дополнительная учебная литература:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. В 2 ч. Часть 1.: учеб. пособие для СПО /Н.В. Богомолов. – 11-е изд., перераб. и доп. – М: Издательство Юрайт, 2017. – 285 с.
2. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. В 2 ч. Часть 2.: учеб. пособие для СПО /Н.В. Богомолов. – 11-е изд., перераб. и доп. – М: Из-

дательство Юрайт, 2017. – 217 с.